This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

**Usage guidelines**

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

**About Google Book Search**

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

**A propos de ce livre**

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

**Consignes d'utilisation**

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

**À propos du service Google Recherche de Livres**

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

Astr. 663.2 Bd. Apr. 1893.

Harvard College Library

FROM

The University

16 Jan. 1892.

SCIENCE CENTER LIBRARY

McNAMEE

VI 7147

ANNALES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON
TOME TROISIÈME — 2e FASCICULE

# RECHERCHES

SUR

# L'ÉQUATION PERSONNELLE

DANS LES

## OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES DE PASSAGE

PAR

F. GONNESSIAT
AIDE ASTRONOME A L'OBSERVATOIRE DE LYON

PARIS
G. MASSON, ÉDITEUR
LIBRAIRE DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE
120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1892

# ANNALES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

## TOME TROISIÈME

(Fascicule 2me)

*Les* ANNALES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON *paraissent par monographies, publiées et mises en vente séparément.*

*Quelques monographies formeront un tome complet.*

*D'autres, de moindre étendue, pourront être reliées en volumes d'après un classement qui aura pour but de réunir autant que possible des mémoires appartenant à une même série de travaux.*

*Le prix des volumes complets et l'époque de leur achèvement varieront donc d'après les matières qui les composent.*

ANNALES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON
TOME TROISIÈME — 2e FASCICULE

# RECHERCHES

SUR

# L'ÉQUATION PERSONNELLE

DANS LES

## OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES DE PASSAGE

PAR

F. GONNESSIAT
AIDE ASTRONOME A L'OBSERVATOIRE DE LYON

PARIS
G. MASSON, ÉDITEUR
LIBRAIRE DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE
120, boulevard Saint-Germain

1892

~~VI. 7147~~
Astr. 663.2

HARVARD COLLEGE
JUL 16 1892
LIBRARY.

The University

# RECHERCHES

SUR

# L'ÉQUATION PERSONNELLE

DANS LES

## OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES DE PASSAGES

---

## INTRODUCTION

Les observations méridiennes vont se perfectionnant peu à peu. Les constructeurs peuvent maintenant livrer des instruments qui laissent peu à désirer au point de vue de la stabilité, de la précision, de la commodité. Les astronomes, semble-t-il, apportent plus de soin à la détermination des constantes instrumentales. En ce qui concerne plus particulièrement les observations de passages, on augmente le nombre des étoiles circompolaires destinées à régler l'orientation de la lunette ; de nouvelles méthodes sont imaginées pour rendre plus exacte cette orientation; on demande au bain de mercure, remis en honneur, d'utiles données pour la détermination de la flexion astronomique, que d'ingénieux appareils permettent d'ailleurs d'étudier systématiquement. A n'en pas douter, c'est dans l'observateur lui-même qu'il faut maintenant chercher la source des erreurs systématiques que révèle la comparaison d'observations faites dans des circonstances extérieures identiques par des personnes différentes.

Afin de pouvoir mieux préciser comment s'introduisent les erreurs personnelles, je rappelle en quoi consiste l'observation des passages d'une étoile ou d'un autre astre aux fils d'une lunette astronomique.

Deux méthodes principales sont en usage :

1° *Méthode de l'œil et de l'oreille* (Œ-O). — L'observateur compte mentalement la seconde, en écoutant les battements d'un compteur de temps, et cherche à fixer par la pensée la position qu'occupe l'étoile à l'instant de chaque battement.

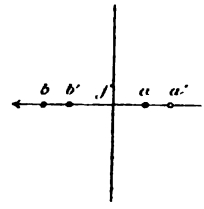


FIG. 1.

Soient $a$ et $b$ (fig. 1) les positions qui lui semblent correspondre aux deux battements consécutifs comprenant entre eux le passage au fil $f$; le rapport $\frac{af}{ab}$ donne la fraction qu'il faut ajouter à la seconde battue en $a$ pour avoir l'instant du passage. Telle est la méthode de Bradley, où l'estime de la fraction est faite par l'œil [1].

On voit immédiatement à quelles erreurs peut donner lieu ce mode d'estime.

En premier lieu, l'observateur, par un défaut d'appréciation dont nous aurons à étudier le mécanisme, peut systé-

[1] Je ne parle pas du procédé qui consiste à assimiler la bissection de l'étoile par le fil à un bruit que l'observateur rattache au battement le plus voisin, comme dans la comparaison d'un chronomètre à une pendule. Une telle méthode ne semble susceptible de précision que dans le cas où l'intervalle des battements est au plus d'une demi-seconde : elle exige une éducation toute spéciale (V. les indications d'Y. Villarceau, rapportées par M. Hatt dans son *Usage du cercle méridien portatif*, p. 56, Paris, Impr. nat., 1880).

matiquement faire correspondre aux battements du compteur des positions $a, b$....., différentes des positions réelles aux mêmes instants $a', b'$....; le temps répondant à l'écart $a'a = b'b$... représente une *équation personnelle.*

Si la position estimée est en *arrière* de la position vraie, eu égard au sens du déplacement, la fraction notée est trop forte, et le temps observé doit recevoir une correction *négative :* nous dirons dans ce cas que l'équation personnelle est *négative.* Inversement, si la position observée est en *avant* de la position vraie, la correction devra être *positive,* et nous dirons qu'il s'agit d'une équation *positive.*

Ainsi, nous entendons le mot *équation* dans le sens de *correction.*

En second lieu, l'appréciation du rapport $\frac{af}{ab}$ est soumise à des erreurs d'ordre complexe, mais que l'on peut, pour des circonstances déterminées, considérer comme une fonction plus ou moins périodique de la valeur de ce rapport, estimé généralement au dixième. A chaque fraction observée correspond donc une erreur systématique; mais cette erreur prend en partie un caractère accidentel lorsque l'on considère l'ensemble des fractions. De telle sorte qu'elle se traduit, dans une série d'observations où chaque dixième se présente dans une proportion déterminée, par une résultante constante, qui s'ajoute à l'équation envisagée plus haut, et par un accroissement de l'erreur moyenne accidentelle.

On peut attribuer à cette erreur personnelle la désignation d'*équation décimale.*

2° *Méthode électrique* (**E**). — Elle consiste à presser une touche électrique à l'instant où l'étoile paraît bissectée par le fil. L'enregistrement du signal a lieu sur un chronographe, en regard des indications de temps données par une pendule munie d'un interrupteur électrique. Toute appréciation de fraction étant évitée, l'équation décimale disparaît. Mais la difficulté d'établir une coïncidence complète entre le top

électrique et le passage de l'étoile sous le fil donne lieu à une *équation personnelle* du genre de celle que nous avons considérée dans la méthode précédente : l'*intention* et l'*action* de produire le signal ne sont pas simultanées. D'ailleurs, tel observateur se déterminera à donner le top lorsque l'étoile lui paraîtra bissectée; tel autre, instinctivement, s'y prendra un peu à l'avance, de façon à ce que le bruit des pièces métalliques qu'il met en contact lui semble coïncider avec le passage du centre de l'astre dans l'axe du fil. Sans compter que la touche électrique doit introduire un retard, plus ou moins grand selon sa forme, et qui se confond avec l'erreur due à l'observateur.

S'est-on jusqu'ici suffisamment préoccupé des équations personnelles? Sans doute les travaux relatifs à cette question constituent déjà la matière de nombreux mémoires. Mais jusqu'en ces derniers temps, le défaut d'appareil complet a fait laisser dans l'ombre plus d'une particularité importante, et on peut dire que, dans la plupart des observatoires, l'étude systématique et régulière des équations personnelles est complètement négligée.

D'autre part, des deux méthodes employées à l'observation des passages, la méthode électrique et celle de l'œil et de l'oreille, quelle est la meilleure? La supériorité de la première, appuyée, semble-t-il, de bons arguments, n'est pas encore admise sans conteste, et il faut reconnaître que les éléments de comparaison ne sont pas jusqu'à présent suffisamment complets.

Dans ce Mémoire, je me propose de faire connaître les recherches sur l'équation personnelle que j'ai entreprises à l'Observatoire de Lyon, avec un appareil dont les dispositions sont en grande partie nouvelles. Ces recherches, faites dans des circonstances très variées, outre l'intérêt qu'elles peuvent présenter à divers points de vue, permettront, je l'espère, de préciser les avantages et les inconvénients de chaque méthode. Le chapitre que je consacre à l'origine des

erreurs personnelles pourra peut-être intéresser les physiologistes aussi bien que les astronomes.

J'exprime ici à mon cher Maître, M. le professeur Ch. André, Directeur de l'Observatoire de Lyon, mes sentiments de profonde reconnaissance pour les facilités matérielles grâce auxquelles j'ai pu entreprendre ce travail, et bien plus encore pour les précieux conseils que j'ai reçus de sa haute expérience.

Ma reconnaissance doit également s'adresser à l'*Association française pour l'Avancement des Sciences*, qui a bien voulu subvenir, pour une large part, aux frais d'acquisition de mon appareil.

Enfin je n'ai garde d'oublier mon excellent assistant, M. M. Luizet, qui m'a secondé avec intelligence et dévoûment, et à qui je suis heureux d'adresser mes plus vifs remercîments.

---

# CHAPITRE PREMIER

## HISTORIQUE

1. Les astronomes du siècle dernier n'eurent aucune notion de l'équation personnelle. Maskelyne constata bien, en 1795, entre lui et son aide Kinnebrook, une différence systématique qui s'éleva, en quelques mois, de 0 à $0^s,7$ ou $0^s,8$; mais la cause de cet écart lui échappa, et c'est seulement vers 1820 que Bessel en donna l'explication[1]. Des expériences comparatives entre lui et divers observateurs justement réputés : Argelander, Struve, Walbeck, permirent à l'illustre astronome d'affirmer, dans l'estime des temps de passage d'une étoile derrière un fil, l'existence d'erreurs toutes personnelles. En même temps, il étudiait les lois de ces erreurs et donnait du premier coup un aperçu très juste sur leur origine.

L'attention une fois appelée sur ce sujet, les astronomes s'appliquèrent, dans maints observatoires, à se comparer entre eux.

[1] *Königsb. Beobacht.*, VIII, 1823. — Voir *Abhandlungen*, Bd III, 303-304.

Il est en effet facile de mettre en évidence des différences d'équation personnelle. Sans insister sur des procédés connus, il suffit de rappeler que, si deux observateurs notent les passages d'une même étoile chacun à la moitié des fils du réticule, la différence de la moyenne des temps réduits à la moyenne des fils représente la différence d'équation cherchée. On objecte avec raison à ce procédé le trouble apporté au mode d'observation du second observateur par la précipitation avec laquelle il doit se substituer au premier, sans avoir même le temps de rectifier la mise au point de l'oculaire. Aussi semble-t-il préférable de comparer les corrections de pendules obtenues dans la même séance par chaque observateur, surtout quand on dispose de catalogues où les différences d'ascension droite sont bien déterminées. Au cas où ces dernières données présenteraient trop d'incertitude, comme au temps de Bessel, les observateurs déterminent des différences d'ascension droite de couples d'étoiles. dont chacune des composantes est alternativement observée, à des jours successifs, par chaque observateur ; il est facile de se rendre compte qu'on fait ainsi apparaître le double de la différence des équations personnelles.

Quoi qu'il en soit, il ne fut pas rare de rencontrer des différences dépassant $0^s,5$ *.

En 1842, Arago crut avoir trouvé un procédé capable d'éliminer complètement l'équation personnelle; il substituait à la méthode ordinaire de l'œil et de l'oreille le procédé d'enregistrement à l'aide d'un chronomètre à pointeur. A

* Consulter à ce sujet l'étude que M. R. Radau a consacrée aux *Erreurs personnelles* dans le *Moniteur scientifique*, vol. VII, VIII, et IX, 1865-67.

On doit aussi à M. J. L. E. Dreyer un résumé très complet des recherches ayant trait à cette question : *On personal Errors in astronomical Transit Observations*, R. Irish Academy, Proceedings, 2e série, vol. II, Dublin, 1876.

Ces deux mémoires renferment beaucoup de documents, que j'ai mis plus d'une fois à contribution.

l'arrivée de l'étoile sous le fil, l'observateur pressait un ressort, sous l'action duquel l'aiguille du chronomètre inscrivait elle-même sa position sur le cadran.

Arago cite[1] le cas d'un observateur qui notait des temps de passages plus forts de $0^s,5$ que ses collègues, et qui vit cet écart disparaître par l'emploi du nouveau procédé.

Il s'occupait de perfectionner son chronomètre enregistreur, lorsque les astronomes américains Bond firent connaître la méthode de l'enregistrement électrique[2]; le mode d'observation était en somme celui d'Arago, le principe de la chronographie seul était différent, et devait l'emporter par sa précision et sa commodité. Les auteurs de la méthode américaine affirmèrent tout d'abord, comme Arago pour la méthode du pointage, que par elle les équations ou erreurs personnelles sont, sinon tout à fait évitées, du moins réduites à un petit nombre de centièmes de seconde. Nous verrons plus loin jusqu'à quel point cette affirmation s'est vérifiée.

Les recherches qui suivirent la mise en usage du procédé chronographique montrèrent sa supériorité sur celui de l'œil et de l'oreille au point de vue de la précision : il faut remarquer particulièrement dans cet ordre d'idées les études de Dunkin[3] et de Pape[4]. Mais tandis que dans certains observatoires, comme à Greenwich, on accueillait avec empressement la nouvelle venue, dans d'autres, comme celui de Paris, sous la direction de Le Verrier, on continua à s'en tenir à la méthode de Bradley.

**2.** Si, dans les diverses observations afférentes à un service méridien, un observateur était en droit de compter sur la

[1] Arago, *Sur un moyen très simple de s'affranchir des erreurs personnelles...*, Comptes rendus de l'Acad. des Sc., XXXVI, p. 276, 1853.

[2] W. C. Bond, *Report of the British Assoc.*, 1851.

[3] Monthly Notices, XX, p. 86, 1860; XXIV, p. 152, 1864.

[4] Astr. Nachr., nos 1284-6, 1860.

constance de son équation personnelle, cette erreur se reporterait seulement sur la détermination absolue du temps, se confondant avec celles qui naissent de l'incertitude des différences de longitude et des déviations permanentes de la verticale. Mais une telle constance n'est guère probable; on ne peut espérer observer d'une façon uniforme les étoiles de diverses grandeurs à toutes les déclinaisons, non plus que les bords du soleil et des planètes.

Quelques mesures différentielles sont possibles à l'instrument méridien lui-même : on peut étudier l'influence de l'éclairement du champ, qu'il est toujours facile de modifier à volonté; celle de la grandeur, par l'emploi de diaphragmes convenables; celle du sens du mouvement, par un prisme à réversion; à la rigueur, celle de la position de l'observateur, à l'aide de prismes à réflexion. Mais lorsqu'il s'agit de la détermination des différences d'ascension droite d'étoiles situées à diverses déclinaisons, ou de la comparaison des positions du soleil et des planètes à celles des étoiles, la variation de l'erreur personnelle nous échappe complètement, et il devient nécessaire de recourir à un appareil spécial capable de donner la valeur absolue de cette équation.

Le problème de la détermination des équations absolues a préoccupé à diverses reprises astronomes et physiciens. Je vais résumer rapidement les principales solutions proposées jusqu'ici. Je donnerai simplement quelques indications sommaires sur les appareils employés, réservant pour un autre chapitre la discussion, s'il y a lieu, des résultats obtenus par chaque expérimentateur.

Il s'agit, dans tous les cas, d'obtenir le déplacement régulier, à différentes vitesses si c'est possible, d'une mire lumineuse simulant une étoile ou tout astre à diamètre apparent. Il faut en outre imaginer un moyen propre à faire connaître exactement l'époque réelle où l'astre artificiel occupe dans le champ de lunette d'observation une position déterminée.

3. Hartmann[1] est le seul qui n'ait demandé aucune ressource à l'électricité. Dans son appareil, un pendule conique entraîne, à un tour par seconde, un disque dont le contour affecte la forme d'une spirale d'Archimède. A chaque tour, l'échappement d'un ressort à l'extrémité de la spirale indique par un bruit sec le commencement de la seconde. Une perle d'acier fixée sur le disque et éclairée latéralement représente l'étoile. De sa position dépend la fraction de seconde, facilement accessible, à laquelle doit avoir lieu le passage; la comparaison avec la fraction observée indique l'équation de l'observateur.

Un tel appareil est évidemment incommode, et ne peut s'appliquer qu'à la méthode de l'œil et de l'oreille ; mais il faut rendre hommage aux soins minutieux que l'auteur a apportés à ses expériences, dont les résultats sont intéressants à plus d'un titre.

L'emploi de l'électricité permet de déterminer facilement l'instant de la bissection de l'étoile par le fil où se fait l'observation. Il suffit qu'au moment de la coïncidence, des contacts métalliques convenablement disposés et réglés ouvrent ou ferment le passage à un courant électrique actionnant un appareil d'enregistrement.

En 1854, Prazmowski proposait[2] de faire porter les étoiles artificielles sur le contour d'un disque de dimension convenable, muni dans la verticale de chaque étoile d'une pièce destinée à produire, au moment voulu, un contact électrique.

Cette idée a été réalisée par Michel[3], qui étudie, dans des conditions de précision mal connues d'ailleurs, outre l'estime des temps de passages, le temps que met l'observateur à répondre par une pression sur une touche à une impression subite arrivant soit à l'œil soit à l'oreille.

[1] Astr. Nachr., n° 1545, 1865.

[2] Cosmos, t. IV, p. 545.

[3] Monthly Notices, XVIII, p. 261, 1858.

4. En 1862, M. Hirsch[1], Directeur de l'Observatoire de Neuchâtel, imagina de faire porter l'image artificielle de l'étoile par un pendule fixé sur le pilier de la mire à collimateur de son instrument méridien, ce pendule oscillant dans un plan perpendiculaire à l'axe optique de la lunette. Le passage est observé au fil mobile préalablement amené à la position pour laquelle il bissecte le point lumineux au repos. Un contact est disposé de façon à produire, à l'instant vrai du passage, le déclanchement d'un chronoscope de forme particulière, qui est arrêté par le top électrique de l'observateur ; le chemin parcouru par l'aiguille donne, en millièmes de seconde, la correction personnelle cherchée. Comme on voit, ce procédé d'enregistrement ne s'applique qu'aux corrections négatives; mais cet inconvénient peut être levé facilement par l'emploi d'un chronographe ordinaire, car une indication du millième de seconde paraît illusoire dans une observation comportant au moins une erreur moyenne de $\pm 0^s,06$. On pourrait en même temps disposer le pendule de façon à lui laisser faire un certain nombre d'oscillations sans arrêt ; les passages se présenteraient par séries, et non plus isolément, circonstance qui peut influer sur l'équation personnelle.

Dans cet appareil, la vitesse de déplacement de l'étoile est susceptible de variations assez étendues, mais la limite inférieure pratique paraît bien au-dessus du déplacement des circompolaires.

L'appareil de M. Hirsch a été utilisé à diverses reprises à l'occasion des déterminations de différences de longitudes exécutées en Suisse. Si on peut lui reprocher d'occasionner une grande perte de temps, il faut reconnaître que dans les conditions où il a été employé, il a donné des résultats dignes de confiance.

5. J'arrive à l'appareil dont M. C. Wolf s'est servi

[1] A. Hirsch, *Sur les corrections et équations personnelles...*, Bulletin de la Société des Sc. nat. de Neuchâtel, VI, 1863.

en 1864-1865, pour ses recherches à l'Observatoire de Paris[1].

La mire est placée à l'extrémité d'un levier de 1 mètre de longueur, disposé pour recevoir d'un régulateur à ailettes un mouvement de va-et-vient dans un plan horizontal. Une lentille à court foyer, dont le centre optique coïncide avec l'axe de rotation, donne une image réduite de la mire; c'est cette image que l'on observe dans une lunette de 10 centimètres d'ouverture, à travers un collimateur de 2 mètres de distance focale. Cette disposition a l'avantage de ne donner qu'un faible déplacement relatif du point lumineux dans le plan focal de la lunette : bien que la longueur totale de l'appareil excède à peine 4 mètres, un déplacement de la mire de 1 centimètre correspond seulement à un intervalle angulaire de 1′ dans le champ.

L'enregistrement du temps vrai des passages est provoqué par la rencontre d'un stylet solidaire de la mire avec des lames fixes incrustées dans une règle isolante, et dont la position peut être facilement rectifiée. Le courant électrique actionne une des armatures d'un chronographe Morse; une pendule à interrupteur gouverne l'autre par l'intermédiaire d'un relai, dont les battements servent à l'observation par l'œil et l'oreille.

Par une simple transposition de poids, on change à volonté le sens du déplacement du chariot, en sorte qu'on peut observer les passages de l'étoile artificielle à l'aller et au retour; la moyenne des temps enregistrés dans les deux sens est indépendante d'une erreur de réglage des contacts. On peut utiliser un prisme à réflexion pour renverser le sens du mouvement et en étudier l'influence.

L'auteur a d'ailleurs, à titre de contrôle et pour réaliser certaines expériences relatives à l'origine de l'équation personnelle, employé un autre mode d'enregistrement; il fait

[1] C. Wolf, *Recherches sur l'équation personnelle dans les observations de passages*, Ann. de l'Obs. de Paris, Mémoires, VIII, 1866.

inscrire sur une feuille de papier, à l'aide d'une étincelle d'induction, la position du chariot à chaque battement du relai, ainsi qu'au moment des contacts de l'appareil.

Ces quelques indications ne sauraient donner une juste idée de l'appareil de M. Wolf : il faut lire dans son Mémoire avec quel soin il discute les causes d'erreur et les élimine. On retrouve là le physicien accoutumé aux recherches délicates. Tous ceux qui après lui ont expérimenté dans la même voie sont plus ou moins ses tributaires.

Dans ses recherches, M. Wolf s'est plus particulièrement placé au point de vue philosophique. On peut regretter que son appareil n'ait répondu que de très loin à ce desideratum important, la détermination des variations de l'équation personnelle avec la vitesse. L'habile expérimentateur n'a pas cru devoir étudier la méthode électrique : son équation n'atteignant dans ce cas que $0^s,03$ à $0^s,04$, il ne pouvait, a-t-il estimé, espérer obtenir les lois de ses variations. Cela n'empêche de reconnaître que le travail de M. Wolf, autant par la précision expérimentale que par les idées neuves qu'il soulève, constitue un important progrès dans la question qui nous occupe.

**6.** A l'Observatoire de Leyde, Kaiser se préoccupa à différentes reprises de la détermination de l'équation personnelle absolue.

Il fit d'abord usage d'un appareil à disque tournant, comme celui de Michel. Plus tard, il réduisit à une petite portion d'arc la rotation de son appareil, retombant à peu près sur la disposition adoptée par M. Wolf. Seulement, l'image de la mire est reçue sur une feuille de papier huilé, incurvée cylindriquement, et portant des lignes noires verticales qui tiennent lieu de fils. On observe les passages à distance, avec une lunette quelconque. Le point d'attache du cordon d'entraînement peut être déplacé le long du levier, de façon à décupler les variations de vitesse dues au régulateur lui-

même[1]. Cet appareil, très étudié, présente pourtant l'inconvénient de ne se mouvoir que dans un sens, et les apparences qu'il produit ne sont peut-être pas conformes à celles d'une observation sur le ciel. Il a été employé dans quelques observatoires sous le nom de collimateur de temps.

7. Avec M. Harkness[2], nous avons un appareil réduit à de faibles dimensions, et dont la longueur totale n'excède pas $0^m,60$. La mire et la lentille à court foyer qui en donne une image, ainsi que la pointe servant aux contacts, sont portées sur une plate-forme, qu'un régulateur à axe vertical entraîne tout d'une pièce. Cet entraînement est obtenu à l'aide de deux crémaillères parallèles à dents opposées, taillées dans un évidement de la plate-forme, et donnant prise à un pignon relié à l'axe du régulateur. On ne conserve à ce pignon qu'un secteur de dents, de telle sorte qu'il embraye avec une crémaillère seulement et successivement avec chacune : le changement de sens du déplacement a donc lieu automatiquement.

L'image de la mire est reçue sur une plaque de verre dépoli, portant des traits verticaux sur lesquels on en observe les passages à l'aide d'un simple microscope. Comme dans l'appareil de M. Wolf, l'instant vrai du passage se déduit de la moyenne des temps enregistrés à l'aller et au retour.

Avec un déplacement réduit à de si petites proportions, on conçoit que la valeur de l'instrument dépende essentiellement du soin apporté à sa construction. Celui de Washington, utilisé avec la méthode électrique, paraît avoir donné de bons résultats, si l'on s'en rapporte à la concordance des différences d'équation personnelle tirées de son emploi avec celles déduites d'observations célestes. Mais il faut bien faire

[1] *Beschreibung der Zeitcollimatoren der Sternwarte in Leiden*, Ann. der Sternw. in Leiden, II, 1870.

[2] *Personal Equation apparatus*, Washington Observations 1875, p. 21.

remarquer que dans ces différences est éliminée toute erreur systématique provenant d'un faible changement, entre l'aller et le retour, de la situation relative du point lumineux et du système producteur de contacts, erreur qui affecte les valeurs absolues et croît comme l'inverse de la vitesse. L'appareil ne peut d'ailleurs atteindre aux vitesses inférieures à celle d'une étoile située à 80° de déclinaison.

MM. Hilgard et Suess ont proposé également[1] un appareil encore plus réduit que le précédent, tout entier enfermé dans une boîte de faibles dimensions, dont une paroi est formée par une glace dépolie sur laquelle on observe l'image artificielle. On se sert de viseurs, et plusieurs observateurs peuvent opérer simultanément. Un tel système est peut-être pratique pour la détermination des équations relatives, mais il doit manquer de précision pour les équations absolues.

**8.** Le continuateur de Kaiser à l'Observatoire de Leyde, M. H. G. van de Sande Bakhuyzen, a adopté une disposition[2] dont il dit avoir eu l'idée à la suite d'une visite à l'observatoire de Pulkowa, où le regretté Wagner avait installé un collimateur de temps de Kaiser sur le pilier d'une mire, la visée ayant lieu avec l'instrument méridien lui-même à travers le collimateur de la mire.

M. v. de Sande Bakhuyzen prend pour étoile artificielle le point lumineux qui sert de mire méridienne ; il en obtient le déplacement apparent au moyen d'un prisme à angle aigu porté au-dessus du centre de rotation d'un levier semblable à celui de l'appareil de M. Wolf ou de celui de Kaiser. L'appareil est installé dans la salle d'observation, le prisme en question est donc situé entre l'objectif de la lunette et le collimateur de la mire. Mais il est nécessaire

[1] C. R. de l'Ac. des Sc., LXXIX, p. 999, 1874.

[2] H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN, *Beschreibung eines Apparats zur Bestimmung des abs. persönl. Fehlers bei Durchgangsbeobachtungen, nebst Mittheilung der damite erhaltenen Resultate*, Haag, 1889.

de faire passer le cordon d'entraînement sur un excentrique, afin de parer à l'inconvénient d'un défaut de proportionalité entre les déplacements apparents de l'image et la rotation du prisme.

Dans tous les appareils décrits jusqu'à présent, la ligne de visée est horizontale, et l'influence que peut avoir la position de l'observateur ne peut être étudiée qu'avec des prismes à réflexion, qui obligent parfois à prendre une posture incommode. M. v. de Sande Bakhuyzen se sert de deux miroirs plans, à surface relativement grande, pour amener l'image dans la lunette lorsque celle-ci est dirigée à 45° environ au-dessus de l'horizon ; à 45° au-dessous, un miroir et un bain de mercure remplissent le même but.

Avec cet appareil, la vitesse peut s'abaisser à 1/60 de la vitesse équatoriale des étoiles. La position des contacts est obtenue par des pointés micrométriques. Un prisme à réversion sert à renverser le sens apparent du déplacement.

En somme, voilà un appareil plus complet que tous ceux que nous avons examinés. Toutefois il a contre lui la course trop restreinte de l'étoile artificielle, 6ˢ à l'équateur, en sorte que, par la méthode Œ-O, on ne peut guère observer, à la vitesse équatoriale, qu'un passage à chaque trajet du levier. Lorsqu'on opère aux faibles vitesses, la disposition des contacts à un écartement fixe, sauf de petits déplacements pour le réglage, fait d'ailleurs perdre beaucoup de temps. La durée des contacts croissant en raison inverse de la vitesse, les trépidations dues au régulateur peuvent diminuer beaucoup la précision de l'enregistrement. On peut trouver, d'autre part, que les différents organes de l'appareil, la partie optique surtout, sont un peu compliqués.

Ces réserves faites, il n'est que juste de reconnaître l'excellence des déterminations faites à l'Observatoire de Leyde, et le Mémoire où M. v. de Sande Bakhuyzen les relate est digne de la vieille réputation de l'Établissement qu'il dirige.

9. Afin de rapprocher complètement les conditions expérimentales de celles de l'observation réelle, M. Wislicenus[1], de l'Observatoire de Strasbourg, a imaginé de prendre pour étoile artificielle l'image oculaire du petit miroir fixé intérieurement sur l'objectif de son instrument de passages et qui sert à l'éclairement du champ : cette image peut être observée dans toutes les positions de la lunette. Le déplacement est produit par un système d'engrenages agissant sur la plaque porte-oculaire ; le stylet qui sert aux contacts est solidaire de cette plaque. Le renversement du mouvement a lieu automatiquement par une disposition analogue à celle de l'appareil de M. Harkness, et c'est aussi la moyenne des instants des contacts, à l'aller et au retour, qui donne l'instant réel du passage.

Les causes d'erreur relevées dans l'appareil de Washington se retrouvent ici, aggravées par le fait que les moindres torsions de l'axe oculaire, bien difficiles à éviter, déplacent considérablement la position apparente de l'image par rapport au réticule. D'ailleurs, l'action de la pesanteur sur le support de l'oculaire et le système enregistreur varie avec la hauteur, et les déterminations faites dans diverses positions peuvent n'être pas comparables.

En fait, l'ajustement paraît avoir laissé à désirer dans l'appareil de M. Wislicenus, car les déterminations faites par cet astronome accusent une erreur moyenne de beaucoup supérieure à celle qu'on peut raisonnablement tolérer dans les observations de passages. On ne saurait d'autre part admettre que lorsque la direction de la lunette passe de 45° au-dessous de l'horizon au Nadir, l'équation personnelle varie de $-0^s,13$ à $+0^s,14$ à 11° de déclinaison, de $+0^s,04$ à $+0^s,50$ à 60°, de $+0^s,4$ à $+1^s,8$ à 80° : il est facile de s'assurer que ces écarts sont proportionnels à la sécante de la déclinaison. L'auteur ne les a pas retrouvés dans les

[1] W. Wislicenus, *Untersuchungen über den abs. persönl. Fehler bei Durchgangsbeobachtungen*, Leipzig, 1888.

déterminations qu'il a faites à l'appareil de Leyde. Il faut donc convenir que cette tentative faite dans une voie nouvelle n'a pas été heureuse.

J'ai réservé pour la fin l'appareil en usage à l'Observatoire de Greenwich depuis 1886[1] : c'est en effet cet appareil que j'ai adopté pour mes recherches, après lui avoir fait subir diverses modifications qui en font un instrument plus complet et nouveau par certains côtés. La description qu'on va lire indiquera la part d'initiative qui m'est personnelle.

J'ai eu la bonne chance de rencontrer à Lyon un constructeur habile, M. Trenta : j'ai plaisir à lui adresser mes sincères remercîments.

[1] W. H. M. Christie, *Description of the Personal Equation Machine of the R. Observatory;* H. H. Turner, *Results obtened with Personal Equation Machine...*: Monthly Notices, XLVIII, nov. 1887.

# CHAPITRE II

## APPAREIL A ÉQUATION PERSONNELLE

**10.** Une des principales conditions auxquelles doit satisfaire un appareil de ce genre, c'est qu'il puisse être employé couramment, sans qu'il soit nécessaire de modifier l'installation de l'instrument méridien, ni de ses accessoires. Il faut que l'équation personnelle puisse être obtenue, comme les constantes instrumentales, aussi souvent qu'on le juge nécessaire, sans que les observations ordinaires aient à souffrir d'interruption.

C'est d'après cette considération qu'il a été décidé que l'appareil à équation de l'Observatoire de Lyon serait installé sur un pilier de mire. Un abri convenable permet de rendre cette installation permanente. Placé à une distance relativement grande, l'appareil peut recevoir d'assez fortes dimensions, ce qui en facilite la construction. La mire méridienne reste en place, et on la vise comme à l'ordinaire.

L'Observatoire de Lyon possède d'ailleurs une chambre noire de 130 mètres de longueur, où il est encore possible d'utiliser cet appareil pour les expériences où l'on veut le calme absolu de l'air ambiant.

**11.** Un régulateur isochrone d'Y. Villarceau communique un mouvement uniforme à un plateau circulaire horizontal A (Pl. I); l'entraînement n'a lieu qu'autant que la tige de

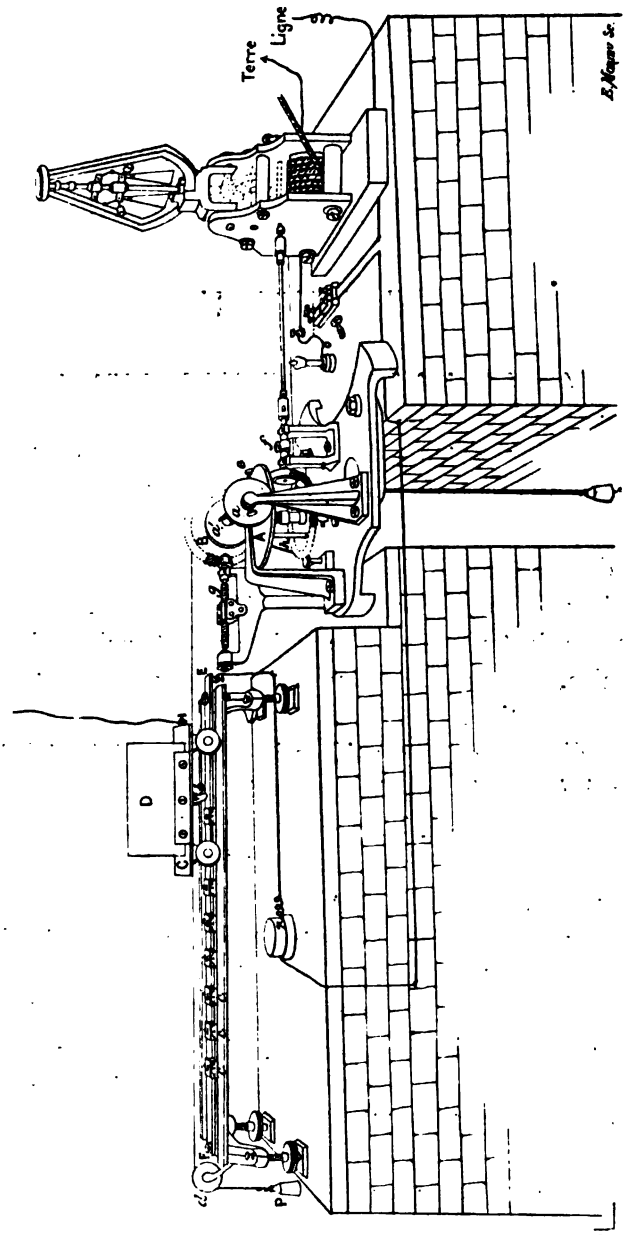


Planche I.

transmission est serrée par la vis de pression *f*. Ce plateau presse contre la tranche de l'un des disques *a*, *a'*, montés sur un axe horizontal de forme prismatique, le long duquel ils peuvent glisser : de telle sorte qu'on peut faire varier à volonté la distance du point de contact au centre de A.

Par frottement, le plateau entraîne le disque en contact avec lui, et par suite la roue B fixée sur le même axe. Cette roue porte, en arrière de la figure, une gorge sur laquelle s'engage un cordon, reposant d'ailleurs sur une poulie *d* et tendu par des poids P et P'.

En un point convenable de ce cordon, on attelle un chariot C, monté sur quatre roues, deux à jante plane, deux à gorge, se déplaçant sur un chemin de fer horizontal. Ce chariot marche avec une vitesse qui dépend de la situation du disque *a* (ou *a'*) relativement au centre du plateau A; le sens du déplacement change suivant qu'on utilise le disque antérieur ou le disque postérieur. Une pince sert à fixer sur ce chariot la mire D simulant les étoiles et autres astres.

L'enregistrement des passages du chariot par des points déterminés est obtenu de la manière suivante. Une règle E F, isolée électriquement du reste de l'appareil, porte un certain nombre de curseurs en cuivre, qui peuvent être immobilisés aux points voulus avec une vis de serrage. La partie antérieure de ces curseurs est en ébonite et façonnée en dos d'âne à sa partie supérieure. Des lamelles de platine, de de $0^{mm},4$ d'épaisseur, sont incrustées, transversalement au déplacement du chariot, dans la matière isolante, et affleurent exactement au sommet du dos d'âne. Toutes ces lamelles sont reliées à la règle, à laquelle on fait aboutir la ligne d'un circuit électrique qui traverse le chronographe. D'autre part, le chariot porte une lame élastique horizontale, large en moyenne de $15^{mm}$, flexible dans le sens vertical et à l'extrémité de laquelle est implantée perpendiculairement une tige *b* très courte, à pointe mousse. Ce ressort en acier est isolé du chariot et mis en communication avec la terre; on en règle la position dans le sens de la hauteur de façon que,

pendant le déplacement du chariot, la pointe *b*, glissant sur les dos d'âne, rencontre les lamelles métalliques et, par son contact avec elles, donne naissance au courant qui doit actionner l'armature de l'enregistreur.

**12.** Les dispositions indiquées jusqu'ici sont à peu près celles de l'appareil de Greenwich. Dans celui-ci pourtant, les lamelles de contact, au lieu d'être portées par des curseurs, sont implantées dans une règle à des distances fixes correspondant à celles des fils du réticule de la lunette. On verra bientôt que c'est un inconvénient de ne pouvoir à volonté les placer à des distances quelconques. A Greenwich, d'autre part, le chariot porte une seconde règle à contacts, dont les distances sont celles des divers objets artificiels, étoiles, bords solaires, planètes, etc., fixés à demeure sur une même plaque. La disposition plus simple que j'ai adoptée m'a paru suffisante.

Mais les changements de vitesse qu'on peut obtenir de cette façon sont bien limités. A Greenwich, on n'a pu observer qu'entre les vitesses 1,3 et 0,3, la vitesse équatoriale étant prise pour unité. Dans mon appareil, le plateau A a $83^{mm}$ de rayon, et il n'est possible d'amener les disques *a*, *a'*, que jusqu'à $10^{mm}$ du centre; d'ailleurs, en inclinant l'axe du régulateur Villarceau qui a servi aux expériences, on peut en réduire la vitesse dans le rapport de 3 à 5 : au total le déplacement du chariot variera dans le rapport de 1 à 0,08. En faisant correspondre la vitesse maxima au double de la vitesse équatoriale, on voit que les expériences ne pourraient s'étendre au delà de 80° de déclinaison environ, ce qui est insuffisant. D'autre part, si on cherche à diminuer encore la vitesse du chariot, on augmente dans le même rapport la durée des contacts, ce qui peut nuire à la précision chronographique, ainsi que je l'ai fait remarquer en examinant l'appareil de Leyde.

Voici le dispositif au moyen duquel a été levée cette difficulté. On emploie pour les faibles vitesses un petit chariot

auxiliaire, constitué par un écrou *g* se mouvant sur une vis micrométrique fixe. La tête de cette vis est munie d'un pignon conique, qui embraye avec un engrenage taillé sur le contour de la roue B.

Engrenages et pas de vis sont établis de telle sorte que le déplacement de l'écrou soit seulement le dixième de celui du grand chariot. Pour assurer la proportionnalité des déplacements, il est nécessaire que le cordon d'entraînement soit fixé en un point de la roue B sur laquelle il repose, afin qu'il n'y ait pas de glissement. La qualité du cordon a son importance ; on a employé un fil de soie écrue de $1^{mm}$ de diamètre.

**13.** Les étoiles artificielles sont formées par d'étroites ouvertures se projetant sur un fond lumineux. Dans une plaque métallique rigide, est pratiqué un évidement de quelques millimètres, que l'on masque par un disque de papier noirci : un simple coup d'aiguille dans ce papier produit l'ouverture à laquelle un éclairage approprié donne l'apparence d'une étoile. On obtient aisément telle grandeur apparente qu'il est nécessaire en proportionnant le calibre de l'aiguille à l'intensité de la source lumineuse.

Pendant la nuit, l'éclairage a été fourni soit par une lampe à huile, soit principalement par une lampe électrique à incandescence, avec interposition de verre dépoli entre la lampe et la mire. A 65 mètres, distance du pilier de la mire Nord de notre grand instrument méridien, une ouverture de $0^{mm},1$ correspond à un diamètre angulaire de $0'',3$ et donne, avec la lumière électrique, une étoile de troisième grandeur; pour la première grandeur, le diamètre de l'ouverture de la mire est encore au-dessous de $1''$ : l'emploi d'une lentille à court foyer pour la réduction du déplacement et de l'image, comme à Greenwich, devient inutile. Dans ces conditions, l'interposition de réseaux en treillis au devant de l'objectif produit, comme sur le ciel, à la fois une diminution d'intensité et de diamètre apparent ; on peut par

conséquent faire varier les grandeurs dans des proportions connues.

Pendant le jour, on utilise, outre la lumière électrique, soit la lumière diffuse du ciel, soit la lumière directe du soleil diffusée à travers une glace dépolie, ou réfléchie sur une surface mate : un petit miroir facile à orienter permet de prendre cette lumière à travers une fente ménagée dans l'abri de l'appareil. Là encore on peut facilement graduer l'intensité.

On a pris soin de tapisser de papier bleu la face de la plaque tournée vers la lunette, de façon à obtenir dans le champ, durant le jour, un fond comparable à celui du ciel.

Des ouvertures circulaires à bords bien nets représentent les disques planétaires de différentes grandeurs. Pour le Soleil et la Lune, les ouvertures sont limitées aux deux segments voisins des bords. En général, ces ouvertures sont garnies de glaces dépolies.

Une parcelle d'huile déposée sur une de ces glaces, au centre d'un espace étroit ombré de quelques coups de crayon, simule parfaitement un pic lunaire ; un fragment de papier noirci représente une tache du soleil. On réalise facilement toutes les apparences des comètes et des nébuleuses en enlevant au grattoir une plus ou moins grande partie de la surface et de l'épaisseur d'une feuille de papier noirci collée sur une plaque de verre dépoli. Enfin, si on place, à une distance de 1 à 2 centimètres en avant du point lumineux représentant une étoile de faible grandeur, une feuille de papier peu translucide, on peut obtenir des taches confuses dont l'éclat est aussi peu marqué que celui des comètes ou des nébuleuses les plus faibles : le centre en est d'ailleurs déterminé par la position du point lumineux.

Des pinces fixées aux chariots reçoivent les plaques à images artificielles, que l'on peut changer à volonté sans difficulté.

14. Pour l'enregistrement, on a utilisé un chronographe

électro-magnétique à tambour, dans lequel une seconde est représentée par un déroulement de $45^{mm}$, en sorte que le relevé au centième se fait aisément. Une des plumes enregistre le temps donné par notre pendule principale Rédier, qui est installée dans un sous-sol. L'électro-aimant qui la gouverne est placé directement dans le circuit de l'un des compteurs, système Hipp, qui donnent l'heure et frappent la seconde dans les salles d'observation. L'autre plume est destinée soit à l'enregistrement des contacts de l'appareil, soit à celui des signaux dans l'observation électrique. Toutes les précautions d'usage, telles que : détermination ou élimination de la parallaxe des plumes par l'interversion de leur fonction, égale résistance des armatures, etc., ont été prises ; il n'y avait qu'à se conformer aux recommandations de M. Wolf.

Il a été nécessaire de déterminer la différence constante qui sépare le commencement de chaque seconde enregistrée de l'instant du battement du compteur. On y est arrivé au moyen de tops électriques. Le bruit sec de la touche pressée un peu vivement est très facilement comparable au coup frappé par le compteur. On n'a du reste tenu compte que des signaux pour lesquels les deux bruits étaient absolument confondus, et le plus souvent cette coïncidence était jugée à distance par un assistant. La précision atteinte de cette façon est remarquable et l'erreur moyenne d'un signal est inférieure à $\pm$ 0s,02. Dans chaque série de vingt comparaisons se montre constamment la différence de 0s,03 à 0s,04 qui existe entre l'intervalle du battement pair au battement impair et l'intervalle inverse; pendant toute la durée des expériences, les déterminations de la différence (Compteur — Enregistreur) sont restées comprises entre + 0s,142 et + 0s,128 : on a adopté la moyenne générale + 0s,132. L'erreur systématique qui peut subsister sur ce nombre est certainement très minime, et je ne la crois pas supérieure aux erreurs qui s'introduisent lorsqu'on fait marquer la seconde par le battement d'un relai. Il semble d'ailleurs qu'on ne

doit pas attacher une importance exagérée à une faible erreur de temps destinée à se reproduire identiquement dans toutes les expériences, et qui disparaît forcément dans les différences auxquelles se ramènent toutes les observations à la lunette méridienne, aussi bien que dans les comparaisons entre observateurs différents.

**15.** Il faut maintenant montrer le fonctionnement de l'appareil.

Le chronographe est installé dans la salle méridienne; celui dont nous disposons est assez silencieux pour ne gêner en rien l'audition des battements du compteur. L'observateur peut facilement en surveiller la marche, et n'a besoin d'aucun aide autour de lui. Il ne faut donc qu'un assistant auprès de l'appareil.

Les communications avec la salle méridienne se font au moyen du téléphone. Par un simple jeu de commutateur, on utilise la même ligne à la fois pour les communications téléphoniques et pour la transmission des contacts de l'appareil. Le signal des opérations destinées à se répéter fréquemment, comme la mise en marche du régulateur ou de l'appareil, est donné par un coup de sifflet, dont le son aigu domine toujours le bruit du vent.

Tout d'abord, il faut procéder à la mise en place des curseurs. Une fois pour toutes, on détermine en millimètres la distance qui correspond sur la règle porte-curseurs à un déplacement d'un tour de la vis du micromètre de la lunette. De la position des fils du réticule, on déduit les distances relatives qui doivent séparer les contacts. Il suffit alors de règler la position d'un seul de ces curseurs, et on obtient immédiatement, à l'aide d'une régle divisée, la position très approchée de tous les autres. Un déplacement de la plaque de mire peut servir à rectifier l'ensemble.

La position exacte de l'image de la mire à chacun des contacts, est obtenue par des pointés au fil mobile : à cet effet, l'assistant déplace à la main le chariot jusqu'à ce que

la pointe *b* soit à une petite distance de l'une des lamelles de contact; agissant ensuite sur le contour du plateau A, à l'aide d'une vis de rappel, dont on voit la tête en *e*, il entraîne très lentement le chariot jusqu'à ce que le galvanomètre qu'il a sous les yeux lui indique la fermeture du circuit. Un coup de sifflet avertit l'observateur, qui fait les pointés et prévient ensuite l'assistant de passer à un autre contact. Ce procédé est rapide et très précis, et il a été facile de s'assurer que l'opération de la mise en contact ne comporte que des écarts inférieurs à l'erreur probable des pointés. Il n'y a pas lieu de se préoccuper de la torsion, faible d'ailleurs, de la lame de contact au passage sur les curseurs; cette torsion doit se reproduire identiquement dans chaque passage au même endroit.

Pour simplifier, on désignera par C la lecture micrométrique qui détermine la position de l'astre artificiel à l'instant d'un contact.

Pour la commodité et la précision des pointés au fil mobile, il est nécessaire que les positions C soient à une distance suffisante des fils fixes. Mais le temps que met l'étoile à passer de C au fil, ou inversement, se calculera aisément en fonction de la vitesse de déplacement et de la distance du point C au fil fixe, quantités bien déterminées.

Il est plus rapide et plus sûr de procéder ainsi que de s'astreindre à établir péniblement une coïncidence complète, d'ailleurs précaire, entre la position des contacts et celle des fils. La position des contacts comportant ainsi un certain degré d'arbitraire, il a été inutile de pourvoir les curseurs d'aucun moyen de rectification, et ainsi la construction en a été beaucoup simplifiée.

On peut faire porter sur la même plaque des objets artificiels divers, en nombre égal à celui des contacts. Dans ce cas, la source de lumière est immobile et les passages sont tous observés au même fil. Cette disposition a été employée principalement pour les recherches sur des disques planétaires de différents diamètres.

La non-coïncidence des passages aux fils et aux points de contact permet d'ailleurs de faire enregistrer avec la même plume les tops de l'observation électrique et les signaux automatiques de l'appareil. Ainsi les temps observés électriquement recevront simplement la correction qui résulte de l'intervalle compris entre le fil fixe F et le point C : si $v$ est la vitesse, $\mu$ la valeur du tour de la vis à la vitesse 1, cette correction a pour valeur dans notre instrument :

$$\delta t = \pm \left\{ \pm (F-C) \frac{\mu}{v} \right\} \begin{array}{l|l} \text{Pos. directe} & \text{Sens direct } (d. \text{ à } g.). \\ \text{Pos. inverse} & \text{Sens inverse } (g. \text{ à } d.). \end{array}$$

Dans l'observation par l'œil et l'oreille, le relevé chronographique doit être en outre corrigé de la parallaxe des plumes et de la différence constante entre l'enregistrement et le battement de la seconde.

Lorsqu'on fait usage du chariot auxiliaire, la position C′ des contacts est déterminée de la même façon, mais l'observation des passages a lieu au fil mobile, que l'on amène en des positions voisines de celles qui correspondent aux contacts. Pour éviter toute perte de temps, on peut proportionner l'écartement des curseurs à la vitesse de déplacement du chariot, afin d'obtenir à différentes vitesses le même nombre de pointés dans le même temps.

De même avec le grand chariot, lorsque la vitesse est au-dessous de la moitié de la vitesse équatoriale et cependant trop grande pour permettre l'usage du fil mobile, l'observation peut porter sur deux points lumineux convenablement espacés, dont on note successivement le passage à chacun des fils fixes. Pour le même nombre de contacts, celui des fils est réduit de moitié.

On voit bien maintenant tout l'avantage qui résulte de l'emploi de curseurs comme supports des contacts. Le réglage n'en étant qu'approximatif, il est facile de passer sans perte de temps d'un groupement à un autre ; une substitution de plaque se fait de même sans difficulté.

Dès lors, il suffit sur le chariot d'un seul stylet pour la production des contacts.

**16.** Le calcul de la correction $\delta t$ exige pour être précis que le déplacement du chariot soit uniforme. Du côté du régulateur il y a toute garantie, puisque les expériences ont été faites avec un régulateur Villarceau-Bréguet dont le fonctionnement ne laisse rien à désirer. D'autre part, l'entraînement par le plateau A s'exerçant par frottement sur le disque $a$ (ou $a'$) s'est toujours bien effectué : ce plateau peut recevoir dans sa douille un jeu vertical d'environ 1 millimètre; il est soulevé par un ressort qui en maintient l'adhérence avec le disque supérieur. Un poids additionnel ajouté à l'un ou l'autre des poids tenseurs P ou P', suivant le sens du déplacement, sert à vaincre les résistances dues au frottement des roues sur les rails. Moyennant ces précautions, on a toujours trouvé que l'intervalle de temps qui sépare deux contacts ne varie pas, dans des conditions déterminées de vitesse, de plus de $\frac{1}{200}$ de sa valeur. On verra plus loin d'ailleurs, et c'est la meilleure garantie du fonctionnement régulier de l'ensemble de l'appareil, que les erreurs des déterminations expérimentales n'excèdent point celles des observations ordinaires, et qu'en particulier l'emploi de la méthode électrique a conduit à des résultats d'une précision remarquable.

La proportionnalité du déplacement du chariot auxiliaire à celui du grand chariot a été vérifiée à maintes reprises. Voici, par exemple, un Tableau où elle est mise en évidence, et qui montre en même temps avec quelle précision il est possible de déterminer la position des points C ou C'. Les valeurs de C résultent de deux séries de cinq pointés au fil mobile, exécutées à $1^h,5$ d'intervalle; $\Delta C$ est la variation des positions dans l'intervalle des deux séries; $C'_0$ représente la moyenne de dix pointés relatifs au petit chariot, la mise en contact étant opérée deux fois pour chaque position;

$C'_c$ représente les valeurs calculées, en partant des valeurs de C, par la formule :

$$C'_c = 1^t,9393 + 0,09571\,(28^t,807 - C).$$

| FILS | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | t 37,1543 | t 34,8286 | t 32,1271 | t 29,8276 | t 27,6319 | t 25,4776 | t 23,0817 | t 20,3284 |
| ΔC | + 0,0062 | + 0,0028 | + 0,0030 | + 0,0041 | + 0,0070 | + 0,0056 | + 0,0050 | + 0,0032 |
| $C'_o$ | 1,1388 | 1,3637 | 1,6206 | 1,8435 | 2,0505 | 2,2602 | 2,4876 | 2,7497 |
| $C'_c$ | 1,1404 | 1,3630 | 1,6215 | 1,8416 | 2,0518 | 2,2580 | 2,4873 | 2,7508 |
| $C'_c - C'_o$ | + 0,0016 | — 0.0007 | + 0,0009 | — 0,0019 | + 0,0013 | — 0,0022 | — 0,0003 | + 0,0011 |

1 tour de la vis équivaut à 60″; on voit que les différences $C'_c - C'_o$ ne dépassent pas 0″,13, et peuvent être attribuées à l'erreur accidentelle des pointés. De même les variations ΔC ne présentent entre elles que de faibles écarts, preuve de l'exactitude avec laquelle s'opère la mise en contact.

En général, chaque séance d'expériences a commencé et fini par une détermination des positions des contacts; on a a obtenu par interpolation les valeurs à employer pour le calcul des valeurs de $\delta t$ relatives à chaque série de passages. Les variations ΔC sont souvent nulles, et ne dépassent guère celles que montre le Tableau ci-dessus : on peut donc interpoler en toute sécurité.

**17.** En réalité, la position de l'observateur change en même temps que la déclinaison. L'étude des variations de l'équation personnelle suivant la vitesse est donc insuffisante si on n'examine en même temps l'influence que la position de l'observateur peut exercer sur sa façon d'observer; car il est tout au moins permis de soupçonner de légères modifications dans le fonctionnement de l'œil suivant la façon dont il est supporté dans son orbite.

Le changement de position de l'observateur a été obtenu à l'aide de deux prismes à réflexion amenant les rayons respectivement à 45° et à 90° de leur direction initiale. L'usage de

ces prismes, à peu près impossible avec les oculaires ordinaires dans les instruments de quelque dimension, a été facilité par l'emploi d'un oculaire terrestre, dépassant de $0^m,12$ la face antérieure du micromètre. L'observateur a donc pu prendre sur le banc d'observation les positions correspondant aux lignes de visée dirigées à 90° et 45° de hauteur, soit au-dessus, soit au-dessous de l'horizon.

Est-il préférable d'utiliser, comme à Leyde, de grands miroirs plans? Il n'est pas certain que la déformation des images soit beaucoup plus grande avec les prismes qu'avec les miroirs et le bain de mercure. Il faut compter d'ailleurs avec la difficulté qu'il peut y avoir, à divers points de vue, à se procurer des surfaces réfléchissantes de grande dimension.

L'emploi de l'oculaire terrestre a permis de constater, par de nombreuses séries de pointés, que je n'ai pas d'équation en bissectant un point lumineux par un fil vertical.

---

# CHAPITRE III

## ERREUR MOYENNE ACCIDENTELLE D'UNE OBSERVATION DE PASSAGE

**18.** Avant de donner les résultats des déterminations absolues de mon équation personnelle, je crois bon, afin d'en faciliter la discussion, d'indiquer d'abord les valeurs de l'erreur accidentelle d'un passage isolé.

### PETITE LUNETTE MÉRIDIENNE

Je commence par le petit instrument méridien Rigaud.

La lunette a $0^m,80$ de distance focale, $57^{mm}$ d'ouverture libre, et l'oculaire employé donne un grossissement de 70. Elle était installée dans la grande chambre noire de l'Observatoire, à une distance de 125 mètres de l'appareil à équation. On n'a interposé aucun collimateur entre l'objectif et l'appareil, on s'est contenté de mettre le micromètre au point sur celui-ci.

Dans cet espace calme, à température constante, les images ne laissent rien à désirer : je leur attribue constamment le chiffre 5, maximum des nombres par lesquels j'en évalue la qualité : depuis 5, images très bonnes, jusqu'à 1, presque inobservables.

La vitesse $v$ est rapportée à la vitesse équatoriale, $\frac{1}{v}$ est l'analogue de *sécδ*, $n$ représente le dixième du nombre de passages.

La grandeur des étoiles à été maintenue entre le quatrième et le cinquième degré de l'échelle ordinaire.

Le Tableau qui suit contient pour chaque méthode l'erreur moyenne $\varepsilon$ d'un passage, erreur calculée à la façon ordinaire par comparaison de chaque valeur particulière de la correction personnelle à la moyenne des déterminations obtenues dans la même séance. Il n'y a pas de distinction à faire entre le sens direct, — déplacement de droite à gauche, et le sens inverse, — déplacement de gauche à droite.

En général, les notations se rapportant à la méthode **E** seront distinguées par un accent; celles qui sont relatives à la vitesse équatoriale recevront l'indice $o$. On prendra pour unité le centième de seconde.

TABLEAU I.

**Petit instrument. Erreur moyenne d'un passage. Images 5.**

| $\frac{1}{v}$ | Œ-O | | | E | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\pm\varepsilon$ | $\pm v\varepsilon$ | $n$ | $\pm\varepsilon'$ | $\pm v\varepsilon'$ | $n'$ |
| 0,96 | 7,2 | 7,5 | 53 | 4,9 | 5,1 | 48 |
| 1,6 | 8,3 | 5,2 | 14 | 7,4 | 4,5 | 14 |
| 1,9 | 8,9 | 4,7 | 6 | 7,4 | 3,9 | 6 |
| 3,3 | 11 | 3,4 | 13 | 12 | 3,7 | 13 |
| 6,6 | 13 | 2,2 | 14 | 13 | 2,2 | 13 |
| 9,8 | 22 | 2,2 | 13 | 20 | 2,0 | 13 |
| 17,3 | 29 | 1,7 | 4 | 29 | 1,7 | 5 |
| 34,5 | 50 | 1,5 | 19 | 54 | 1,6 | 14 |
| 68,0 | 112 | 1,7 | 6 | 126 | 1,9 | 4 |

Le petit chariot de l'appareil a été employé à partir de $\frac{1}{v} = 9,8$.

Ce qui frappe d'abord, c'est la supériorité très marquée de la méthode **E** sur la méthode **Œ-O**, tant qu'il s'agit d'étoiles à grande vitesse. Ce fait est d'autant plus saillant que la plupart des observations auxquelles se rapportent les valeurs précédentes ont été faites au début des expériences, alors que je n'avais pas observé électriquement depuis 1880 : encore n'avais-je jamais été complètement familiarisé avec cette méthode.

Mais à partir de $\frac{1}{v} = 3,3$, les deux méthodes donnent même précision, et la méthode **Œ-O** paraît présenter quelque avantage dans le cas de vitesses circompolaires.

Bien que le nombre des observations soit insuffisant pour qu'on puisse conclure nettement, on peut cependant admettre que le produit de l'erreur moyenne par la vitesse tend vers une constante, qui est $\pm$ 0s,016 (**Œ-O**), et $\pm$ 0s,017 (**E**).

Parmi les observations connues, les points de comparaison manquent, parce que la méthode **Œ-O** est peu usitée avec les instruments de petite dimension, et que les observateurs ne publient généralement que l'erreur moyenne d'une correction de pendule, erreur qui est la résultante d'un certain nombre d'erreurs distinctes. Voici cependant quelques chiffres se rapportant à la méthode **E**, vitesse 1 :

| | |
|---|---|
| Longitude Paris-Alger[1], . . . . . | $\pm$ 0s,07 |
| Longitude Paris-Berlin[2]. . . . . | $\pm$ 0s,07 |
| Longitude Paris-Bordeaux[3], observ. S. . | $\pm$ 0s,08 |
| — — observ. R. . | $\pm$ 0s,10 |
| Longitudes in Missouri[4]. . . . . | $\pm$ 0s,07 |

Ainsi, dans les déterminations de longitudes, l'erreur

[1] *Mémorial du Dépôt général de la Guerre*, XI, 1er fascicule, p. 157, 1877.

[2] *Ann. du Bureau des Longitudes*, II, p. A. 327, 1882.

[3] *Ann. de l'Observ. de Bordeaux*, I, p. 190, 1885.

[4] *Bull. of the U. S. Geological Survey*, n° 49, 1889.

moyenne d'un passage ne s'abaisse pas au-dessous de $\pm$ 0s,07. Tout en tenant compte de la qualité exceptionnelle des images, on conviendra que la petitesse de l'erreur, $\pm$ 0s,05, à laquelle j'arrive de mon côté, est toute en faveur de l'appareil à équation, dont le bon fonctionnement est d'ailleurs confirmé par l'erreur moyenne aux faibles vitesses, erreur qui est au-dessous de 0",3, ramenée à l'équateur.

## GRAND INSTRUMENT MÉRIDIEN

**19.** La lunette a 2 mètres de distance focale, et 0m,135 d'ouverture libre. L'oculaire normalement employé grossit 130 fois : il sera désigné par $G_1$. L'oculaire terrestre dont on s'est servi pour changer le sens apparent du déplacement [1], donne un grossissement de 115 : il sera désigné par R.

L'appareil est installé à 65 mètres de distance sur le pilier de la mire Nord ; on le vise à travers le collimateur de cette mire.

Dans cette installation, la qualité des images, comme dans les observations ordinaires, dépend des conditions atmosphériques. Pendant le jour, les observations ne sont en général possibles en plein soleil que si le vent souffle assez fort, des régions nord plus particulièrement ; les circonstances les plus favorables se rencontrent par temps humide et ciel couvert : dans ce cas, on obtient souvent des images tout à fait calmes. Durant la nuit, les meilleures images correspondent à un vent nord un peu fort ; par temps calme, elles sont généralement régulières, mais soumises parfois à des ondulations à période relativement longue. On

[1] Cet oculaire ayant un champ assez restreint, il est nécessaire que l'œil soit toujours bien centré si l'on veut avoir une image nette des fils, et éviter les erreurs de parallaxe. C'est pour ce motif que l'oculaire terrestre n'a été employé qu'aux observations de jour, parce que c'est à la lumière diffuse qu'on juge le mieux de la mise au point.

n'a pas observé lorsque la qualité des images était estimée au-dessous de 2,5.

Il ne s'agit dans cette discussion que d'étoiles de 5e à 6e grandeur.

L'erreur moyenne d'un passage étant obtenue pour chaque série de déterminations, on a commencé par diviser les résultats suivant la vitesse en deux groupes, l'un se rapportant aux meilleures images, de 4 à 5, l'autre aux images notées de 2,5 à 3,5. Par comparaison, il a été facile de déterminer la variation de la valeur absolue de $v\varepsilon$ lorsque le chiffre attribué aux images diminue de 1 unité: on a trouvé :

| LIMITES DE $\frac{1}{v}$ | Œ-O | E |
|---|---|---|
| 1 à 3 | + 0,7 | + 0,9 |
| 4 à 9 | + 0,6 | + 0,7 |
| 12 à 55 | + 0,5 | + 0,6 |

A l'aide de ces variations, il a été possible de ramener l'erreur moyenne de chaque série à la qualité 4,0. Dans la combinaison des valeurs provenant des deux groupes, les valeurs du deuxième (qualités inférieures) ont reçu un poids proportionnel à la moitié seulement du nombre de passages, afin de tenir compte de leur incertitude, plus forte que dans le premier groupe.

Cela fait, on a pu constater que les écarts accidentels sont les mêmes dans les observations de jour et celles de nuit ; que les oculaires $G_1$ et R donnent même précision ; que les prismes ajoutés à R ne nuisent en rien aux observations ; qu'enfin il n'y a pas de différence appréciable entre l'un et l'autre sens de déplacement, sauf peut-être à la vitesse équatoriale, où l'erreur moyenne paraît plus forte de 0s,004 environ dans le sens inverse que dans le sens direct.

Combinant les divers résultats qui se rapportent à la même vitesse, on obtient le Tableau suivant.

## TABLEAU II

**Grand Instrument. Erreur moyenne d'un passage. Images 4.**

| Œ-O | | | | E | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{v}$ | $\pm\varepsilon$ | $\pm v\varepsilon$ | $n$ | $\frac{1}{v}$ | $\pm\varepsilon'$ | $\pm v\varepsilon'$ | $n'$ |
| 0,94 | 7,1 | 7,5 | 189 | 0,93 | 4,3 | 4,6 | 135 |
| 1,30 | 8,2 | 6,3 | 40 | 1,30 | 4,9 | 3,8 | 33 |
| 1,97 | 9,3 | 4,7 | 31 | 1,92 | 7,9 | 4,0 | 30 |
| 3.00 | 11 | 3,6 | 36 | 3,00 | 10 | 3,4 | 34 |
| 4,6 | 12 | 2,6 | 26 | 4,6 | 12 | 2,6 | 12 |
| 6,8 | 18 | 2,7 | 9 | 6,4 | 23 | 3,6 | 3 |
| 9.2 | 20 | 2,2 | 12 | 9,3 | 20 | 2,2 | 10 |
| 13,0 | 28 | 2,2 | 16 | 13,0 | 29 | 2,3 | 11 |
| 20,8 | 42 | 2,0 | 32 | 20,4 | 37 | 1,8 | 28 |
| 32,2 | 60 | 1,8 | 36 | 32,2 | 68 | 2,1 | 26 |
| 54,5 | 98 | 1,8 | 12 | 53,0 | 84 | 1,6 | 10 |

Ce Tableau donne lieu aux mêmes remarques que le précédent : grande supériorité de la méthode **E** aux fortes vitesses, équivalence des deux procédés à partir de $\frac{1}{v} = 3,0$ ; convergence de $v\varepsilon$ vers une constante que l'on peut prendre égale à $\pm 0^s,018$ pour les deux méthodes.

On remarque qu'avec le grand instrument, pour la qualité 4 des images, l'erreur moyenne est sensiblement la même qu'avec le petit pour la qualité 5 : le calme des images fait donc compensation aux faibles dimensions instrumentales.

On peut maintenant calculer le rapport des carrés des erreurs moyennes correspondant respectivement à des images estimées 4 et 3.

TABLEAU III

**Variation de la précision des observations avec la qualité des images.**

| $\frac{1}{v}$ | Œ-O | | | E | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\pm v\,\varepsilon_4$ | $\pm v\,\varepsilon_3$ | $\frac{\varepsilon_3^2}{\varepsilon_4^2}$ | $\pm v\,\varepsilon'_4$ | $\pm v\,\varepsilon'_3$ | $\frac{\varepsilon'^2_3}{\varepsilon'^2_4}$ |
| 1 | 7,2 | 7,9 | 1,2 | 4,4 | 5,3 | 1,4 |
| 3 | 3,6 | 4,3 | 1,4 | 3,4 | 4,2 | 1,5 |
| 9 | 2,2 | 2,8 | 1,6 | 2,2 | 2,9 | 1,7 |
| 40 | 1,8 | 2,3 | 1,6 | 2,4 | 2,4 | 1,8 |

La précision relative des observations lorsque les conditions atmosphériques sont différentes varie, comme on le voit, avec la méthode et avec la vitesse.

On remarque que la méthode **E** est plus que l'autre sensible aux trépidations des images : le fait n'a rien d'étonnant, puisque l'observation par la méthode **E** ne donne lieu qu'à une seule appréciation, tandis que par la méthode **Œ-O**, l'estime résulte de la comparaison de deux positions de l'étoile à celle du fil.

**20.** *Observations sur le ciel par la méthode* **Œ-O**. — Il est intéressant de rapprocher des résultats fournis par l'appareil à passages artificiels ceux qui résultent des observations ordinaires faites sur des étoiles réelles. On reproduit donc ici le Tableau résultant des observations faites dans le cours de l'année 1888. Pour les circompolaires, on n'a pas distingué entre le passage supérieur et le passage inférieur.

On désigne par : $z$ la distance zénithale apparente, $\delta$ la déclinaison, $n$ le nombre d'observations à 10 fils, $\varepsilon$ l'erreur moyenne d'un passage ; $\varepsilon \cos \delta_0$ est la valeur de cette erreur réduite à l'équateur, $\varepsilon \cos \delta_0$ est calculée par une formule que j'indiquerai plus loin, $o$-$c$ représente la différence de ces deux valeurs.

TABLEAU IV

**Grand instrument. Erreur moyenne d'un passage. Ciel. Œ-O.**

| séc δ | z | n | ± ε | ± ε cos δ₀ | ± ε cos δc | O-C |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1,00 | 45°,7 | 50 | 6,4 | 6,4 | 6,5 | — 0,1 |
| 1,11 | 70,9 | 59 | 7,4 | 6,7 | 6,7 | 0,0 |
| 1,13 | 18,4 | 56 | 6,9 | 6,1 | 6,2 | — 0,1 |
| 1,38 | 2,3 | 58 | 7,8 | 5,7 | 5,6 | + 0,1 |
| 1,46 PI | 87,45 | 13 | 13,2 | 9,1 | 9,4 | — 0,3 |
| 1,52 PI | 85,3 | 23 | 10,9 | 7,2 | 7,2 | 0,0 |
| 1,63 PI | 82,1 | 43 | 9,8 | 6,1 | 6,1 | 0,0 |
| 1,77 | 9,9 | 54 | 8,3 | 4,7 | 4,9 | — 0,2 |
| 1,87 PI | 76,6 | 37 | 9,8 | 5,2 | 5,2 | 0,0 |
| 2,33 PI | 69,7 | 37 | 9,1 | 3,9 | 4,4 | — 0,5 |
| 2,46 | 20,4 | 35 | 10,5 | 4,3 | 4,0 | + 0,3 |
| 3,92 PI | 59,1 | 47 | 13,5 | 3,4 | 3,3 | + 0,1 |
| 4,02 | 29,9 | 40 | 12,1 | 3,0 | 3,1 | — 0,1 |
| 7,04 | | 70 | 20 | 2,8 | 2,6 | + 0,2 |
| 12,7 | | 88 | 34 | 2,7 | 2,4 | + 0,3 |
| 17,0 | | 100 | 44 | 2,6 | 2,4 | + 0,2 |
| 22,0 | 44,7 | 100 | 53 | 2,4 | 2,4 | 0,0 |
| 34,1 | | 35 | 85 | 2,5 | 2,3 | + 0,2 |
| 44,5 | | 72 | 104 | 2,3 | 2,3 | 0,0 |
| 55,0 | | 80 | 114 | 2,1 | 2,3 | — 0,2 |

J'ai rapproché les valeurs se rapportant à la même déclinaison, mais à des culminations différentes, afin de faire saisir au premier coup d'œil l'influence de la distance zénithale. On voit que cette influence, nulle à peu près jusqu'à $z = 70°$, croît ensuite de manière à doubler à peu près l'erreur au voisinage de l'horizon, où la dispersion atmosphérique et les réfractions anormales interviennent pour déformer les images.

L'allure de l'erreur moyenne suivant la déclinaison ne diffère pas de celle qui a été constatée dans les Tableaux I et II et les valeurs sont presque les mêmes. La qualité

moyenne des images doit être estimée probablement un peu au-dessous de 4,0. Quoi qu'il en soit, il faut constater encore une fois que l'appareil à équation n'introduit pas d'erreur accidentelle appréciable.

M. Rayet a résumé dans un Mémoire étendu[1] les diverses recherches ayant trait à l'erreur moyenne d'un passage par la méthode Œ-O. Sur les vingt valeurs qu'il a rassemblées concernant la vitesse équatoriale, 5 sont comprises entre $\pm 0^s,085$ et $\pm 0^s,100$, 14 vont de $\pm 0^s,100$ à $\pm 0^s,134$, et 1 atteint $\pm 0^s,164$. Mais la plupart se rapportent à des observations déjà anciennes. A en juger par les résultats que différents observateurs ont obtenus à l'Observatoire de Lyon, il semble que c'est autour de $\pm 0^s,07$ qu'il faut fixer l'écart moyen d'un passage obtenu avec un grand instrument, dans des conditions normales. Quant à l'erreur moyenne près du pôle, les nombres rapportés par M. Rayet varient entre $\pm 0^s,017$ séc $\delta$ et $\pm 0^s,034$ séc $\delta$.

**21.** *Formule représentative de l'erreur moyenne.* — Je me borne à citer, d'après M. Rayet, les formules successivement employées pour représenter l'ensemble de l'erreur moyenne à toutes les déclinaisons.

Celle de Robinson, acceptée par Pape, est

$$\varepsilon^2 = a^2 + b^2 \text{ séc}^2 \delta + c^2 \text{ séc}^2 \delta \text{ séc}^2 z.$$

$a$ représenterait une erreur due à l'ouïe, constante à toute déclinaison; $b$ serait une erreur de vision, constante sur un grand cercle, et se reportant par suite sur l'angle horaire multipliée par séc$\delta$; le dernier terme tient compte du trouble des images, qui augmente lorsque $z$ grandit.

Plus récemment, M. Finlay a simplement adopté

$$\varepsilon^2 = a^2 + b^2 \text{ séc } z \text{ séc}^2 \delta,$$

[1] *Ann. de l'Obs. de Bordeaux*, III, 1889.

en confessant toutefois que cette formule ne lui donne qu'une représentation imparfaite de l'erreur moyenne.

La formule

$$\varepsilon = a + b \text{ séc } \delta,$$

proposée par Liagre, demande des coefficients différents, suivant qu'il s'agit de la zone 0-80° de déclinaison, ou de la zone circompolaire 80-90°.

M. Rayet, après avoir essayé une formule à trois termes

$$\varepsilon^2 = a^2 + b^2 \text{ séc}^2 \delta + c^2 \text{ séc}^4 \delta,$$

a dû l'abandonner comme insuffisante. Il s'est arrêté à une formule qui lui a été suggérée par l'analogie de la courbe de ses erreurs avec une hyperbole équilatère :

$$\varepsilon = \frac{b + ax}{x},$$

$x$ étant la distance polaire de l'étoile. Cette formule ne s'applique pas aux déclinaisons négatives, et ne remplit qu'imparfaitement son but.

Aucune des formules que je viens de citer n'est apte à représenter d'une façon tant soit peu satisfaisante les valeurs du Tableau IV. Revenant à l'expression de Robinson et de Pape, j'ai adopté, pour l'intervalle où l'influence de $z$ est nulle, un terme croissant comme *séc* $\delta$, et j'ai admis que l'autre partie de l'erreur pouvait varier entre certaines limites du pôle à l'équateur, et comprendre, outre le terme constant, un autre terme variable avec $\delta$ entre 0 et une certaine valeur.

Je me suis arrêté à la formule que voici :

$$\varepsilon^2 = a^2 + b^2 \sin^2 \frac{\delta}{2} + c^2 \text{ séc}^2 \delta.$$

Pour tenir compte de la distance zénithale, j'ai employé un facteur représenté par une exponentielle de la forme

$e^{d \tang z}$ ($e$ base des logarithmes népériens) et affectant l'ensemble des termes précédents.

Finalement, j'arrive à la formule suivante, applicable au Tableau IV,

$$\varepsilon^2 \cos^2\delta = \left\{ \left(\overline{6,1}^2 + \overline{9,7}^2 \sin^2\frac{\delta}{2}\right) \cos^2\delta + \overline{2,3}^2 \right\} e^{0,048 \tang z},$$

qui a servi à calculer les valeurs $\varepsilon \cos \delta_0$ de ce Tableau.

Les écarts *(o–c)* sont faibles et de l'ordre des incertitudes que présentent les valeurs déduites de l'observation : peut-être existe-t-il un léger désaccord pour les circompolaires. En somme, on estimera la représentation fort satisfaisante, si l'on remarque qu'il s'agit de déterminations faites dans toute l'étendue du méridien, d'un horizon à l'autre.

Il faut toutefois faire remarquer que, à notre latitude, *séc*$\delta$ reste relativement faible au voisinage de l'horizon; or il résulte du Tableau III (p. 42) que le trouble des images ne fait pas croître l'erreur dans la même proportion à toutes les déclinaisons. Il est donc bien probable que pour appliquer la formule proposée aux observations faites sous les latitudes équatoriales, où le pôle est voisin de l'horizon, il sera nécessaire de considérer le terme $d$, facteur de $\tan z$ dans l'exposant de $e$, comme variable avec $\delta$, dans des limites assez resserrées d'ailleurs.

**22.** La formule qu'on vient d'appliquer à l'erreur moyenne dans la méthode **Œ-O**, ne convient qu'imparfaitement à la méthode **E**. J'ai été conduit à préférer dans ce cas la suivante, qui ne diffère de la première que par l'exposant de $\sin\frac{\delta}{2}$ et qui donne une représentation plus satisfaisante:

$$\varepsilon'^2 = a'^2 + b'^2 \sin^4\frac{\delta}{2} + c'^2 \text{séc}^2\delta.$$

Les Tableaux I (p. 37) et II (p. 41) sont, par suite, représentés comme suit : $n$ indique, comme plus haut, le dixième du nombre de déterminations, $o-c$ est la différence entre la valeur résultant de l'observation et la valeur calculée; $P_v$ désigne le poids relatif $\frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon^2 \cos^2\delta}$, $\varepsilon_0$ étant l'erreur moyenne à la déclinaison o.

On pose

$$v = \cos\delta, \sin^2\frac{\delta}{2} = \frac{1-v}{2} \text{ et } \sec\delta = \frac{1}{v}.$$

TABLEAU I *bis*.

**Petit instrument. Erreur moyenne calculée.**

$$\varepsilon^2 \cos^2\delta = \left(\overline{7,1}^2 + \overline{10,0}^2 \sin^2\frac{\delta}{2}\right)\cos^2\delta + \overline{1,6}^2$$

$$\varepsilon'^2 \cos^2\delta = \left(\overline{4,6}^2 + \overline{24,0}^2 \sin^4\frac{\delta}{2}\right)\cos^2\delta + \overline{1,7}^2$$

| sécδ | α-o | | | | E | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $n$ | $\pm\varepsilon\cos\delta_c$ | $(o-c)$ | $P_v$ | $n'$ | $\pm\varepsilon'\cos\delta_c$ | $(o-c)'$ | $P'_v$ |
| 0,96 | 53 | 7,4 | — 0,1 | 0,97 | 48 | 5,1 | 0,0 | 0,92 |
| 1,6 | 14 | 5,4 | + 0,2 | 1,8 | 14 | 4,4 | + 0,1 | 1,3 |
| 1,9 | 6 | 4,8 | + 0,1 | 2,3 | 6 | 4,2 | — 0.3 | 1.4 |
| 3,3 | 13 | 3,2 | — 0,2 | 5,1 | 13 | 3,4 | + 0,3 | 2,2 |
| 6,6 | 14 | 2,2 | 0,0 | 11 | 13 | 2,4 | — 0,2 | 4,3 |
| 9,8 | 13 | 1,9 | — 0,3 | 15 | 13 | 2,1 | — 0,1 | 5,7 |
| 17,3 | 4 | 1,7 | 0,0 | 18 | 5 | 1,8 | — 0,1 | 7 |
| 34,5 | 19 | 1,6 | + 0,1 | 20 | 14 | 1,7 | — 0,1 | 8 |
| 68,0 | 6 | 1,6 | — 0,1 | 20 | 4 | 1,7 | + 0,2 | 8 |

## TABLEAU II *bis*.

**Grand instrument. Erreur moyenne calculée.**

$$\varepsilon^2 \cos^2 \delta = \left(\overline{7,1}^2 + \overline{10,0}^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}\right) \cos^2 \delta + \overline{1,7}^2$$

$$\varepsilon'^2 \cos \delta = \left(\overline{3,9}^2 + \overline{22,0}^2 \sin^4 \frac{\delta}{2}\right) \cos^2 \delta + \overline{1,8}^2$$

| séc δ | Œ-O | | | | E | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $n$ | $\pm\varepsilon\cos\delta_c$ | $(o-c)$ | $P_v$ | $n'$ | $\pm\varepsilon'\cos\delta_c$ | $(o-c)'$ | $P'_v$ |
| 0,94 | 189 | 7,5 | 0,0 | 0,95 | 135 | 4,6 | 0,0 | 0,89 |
| 1,30 | 40 | 6,3 | 0,0 | 1,4 | 33 | 4,0 | — 0,2 | 1,2 |
| 1,97 | 31 | 4,8 | — 0,1 | 2,4 | 30 | 3,8 | + 0,2 | 1,3 |
| 3,00 | 36 | 3,5 | + 0,1 | 4,3 | 34 | 3,3 | + 0,1 | 1,7 |
| 4,6 | 26 | 2,8 | — 0,2 | 7,1 | 12 | 2,7 | — 0,1 | 2,5 |
| 6,8 | 9 | 2,3 | + 0,4 | 10 | (3) | 2,3 | » | 3,4 |
| 9,2 | 12 | 2,1 | + 0,1 | 12 | 10 | 2,1 | + 0,1 | 4,0 |
| 13,0 | 16 | 2,0 | + 0,2 | 14 | 11 | 2,0 | + 0,3 | 4,7 |
| 20,8 | 32 | 1,9 | + 0,1 | 15 | 28 | 1,9 | — 0,1 | 5 |
| 32,2 | 36 | 1,8 | 0,0 | 16 | 26 | 1,8 | + 0,3 | 6 |
| 54,5 | 12 | 1,8 | 0,0 | 16 | 10 | 1,8 | — 0,2 | 6 |

On voit que l'accord entre les valeurs calculées et les valeurs observées est fort satisfaisant, d'autant plus que certaines de ces dernières résultent d'un petit nombre d'observations.

Ce sont les valeurs régularisées de ces derniers Tableaux, qu'on utilisera lorsqu'il y aura lieu dans les discussions ultérieures.

L'erreur moyenne des déterminations faites à l'appareil de Greenwich[1], de $\frac{1}{v} = 0,67$ à $\frac{1}{v} = 4$, se laisse représenter par la formule

$$\pm v\varepsilon' = 0^s,032 + 0^s,020\, v.$$

[1] *M. Not.*, novembre 1887, p. 6.

A l'Observatoire de Leyde, on a obtenu en moyenne[1] :

| MÉTHODE | $\frac{1}{v}$ | $v\,\varepsilon$ |
|---|---|---|
| E | 1 | ± 5.4 |
| Œ-O | 9 | ± 3,0 |
| — | 25 | ± 2,2 |
| — | 44 | ± 1,9 |

[1] V. DE S. BAKHUYZEN, *l. c.*, p. 31.

# CHAPITRE IV

## VALEURS ABSOLUES DE L'ÉQUATION PERSONNELLE

**33.** Les Tableaux suivants contiennent les diverses valeurs $e$ de l'équation personnelle, telles qu'elles ont été fournies par l'appareil.

On indiquera d'abord tout ce qui est relatif aux étoiles de grandeur normale. La grandeur normale adoptée est la 4-5° pour le petit instrument, 5-6° pour le grand instrument.

Chaque valeur est la moyenne d'une série de déterminations faites dans un intervalle de temps relativement court, un quart d'heure au plus. L'erreur moyenne accidentelle dépend du nombre $n$ de déterminations et de la qualité $I$ des images. On a admis que la précision est proportionnelle au produit $nI$ : le poids de chaque valeur isolée a été pris égal à $N = 0{,}2\,In$. Cela revient à admettre que de $I = 3$ à $I = 4$, par exemple, la précision varie dans le rapport de 1 à 4/3. Le Tableau III (p. 42) indique que ce rapport n'est pas constant et peut varier entre 1,2 et 1,8 suivant la déclinaison et suivant la méthode. Mais le procédé simple et uniforme auquel on s'est arrêté a paru suffisant.

D'autant plus que dans un groupe de valeurs semblables obtenues à des époques diverses, il y a lieu de se préoccuper des variations dues à la différence des conditions physiologiques de l'observateur. Ces variations peuvent être considérées comme systématiques dans une série de déterminations

obtenues, comme celles dont on donne les résultats moyens, en moins de 15 minutes; elles prennent un caractère accidentel dans un groupe de résultats répondant à des époques différentes.

Si on désigne par $\varepsilon_e$ la variation moyenne de l'équation personnelle et par $\varepsilon_n$ l'erreur moyenne d'une valeur correspondant à un poids $N = 0{,}2\,nI$, cette valeur doit être considérée dans son groupe comme affectée d'une erreur E telle que

$$E^2 = \varepsilon_e^2 + \varepsilon_n^2.$$

Un coup d'œil jeté sur les groupes se rapportant à la vitesse équatoriale, lesquels contiennent le plus de résultats distincts, suffit pour montrer que $\varepsilon_e$ a une valeur de $0^s{,}02$ à $0^s{,}03$, atteignant presque la moitié de l'erreur $\varepsilon$ d'une détermination isolée. La valeur de $\varepsilon_n = \frac{\varepsilon}{\sqrt{N}}$ serait donc faible relativement à $\varepsilon_e$, et il semble que le poids à faire correspondre à E devrait être presque indépendant du nombre $n$ de déterminations; en adoptant $4\varepsilon_e^2 = \varepsilon^2$, le poids cherché serait en effet inversement proportionnel à

$$\frac{1}{N} + \frac{1}{4}$$

et varierait à peine, qu'on prenne, par exemple, 20 ou 100 déterminations.

Cependant on doit remarquer que si on divise en 5 séries partielles une série de 100 pointés, il peut arriver que l'écart systématique de chacune s'élimine, au moins en partie, dans la moyenne des cinq résultats partiels. Aussi a-t-il paru plus juste de rendre l'influence de $\varepsilon_e$ un peu moins prépondérante, et on a adopté pour le calcul des poids dans un groupe relatif à une même vitesse $v$, l'expression :

$$\frac{1}{p_v} = 10\left[\frac{1}{N} + \frac{1}{20}\right], \text{ d'où } p_v = \frac{0{,}1\,N}{1 + \frac{N}{20}}.$$

Ainsi dans le cas de $I = 5$, les poids sont : 1 pour $n = 20$, 1,5 pour $n = 60$, 1,7 pour $n = 100$. Dans le cas de $I = 4$, les poids sont : 1 pour $n = 25$, 1,4 pour $n = 60$ et 1,6 pour $n = 100$, etc.

Il faut remarquer que l'erreur de l'unité de poids varie avec $v$. Dans l'impossibilité de la calculer pour chaque vitesse, nous admettrons qu'elle est directement proportionnelle à l'erreur moyenne d'une observation de passage. C'est l'hypothèse la plus naturelle, et nous verrons plus loin qu'elle est justifiée par les recherches se rapportant au grand instrument.

De telle sorte que si $\varepsilon_0$ est l'erreur moyenne d'un passage équatorial, $\varepsilon_v$ la même erreur à une vitesse $v$, $E_0$ et $E_v$ les valeurs correspondantes de l'unité de poids, $P_v$ le rapport $\frac{\varepsilon_0^2}{v^2 \varepsilon_v^2}$, on aura :

$$E_v = E \frac{\varepsilon_v}{\varepsilon_0} = \frac{E_0}{v} \frac{1}{\sqrt{P_v}}$$

L'erreur moyenne d'un résultat de poids $p_v$ aura donc pour valeur :

$$E = E_v \frac{1}{\sqrt{p_v}} = \frac{E_0}{v} \frac{1}{\sqrt{p_v P_v}}.$$

## I. Petit Instrument méridien

**24.** Les déterminations avec cet instrument ont été faites, ainsi qu'il a été dit, dans la grande chambre noire ; elles doivent donc être considérées comme correspondant à des observations de nuit.

Le sens du déplacement sera désigné par D pour le sens direct, — de droite à gauche, et par I pour le sens inverse — de gauche à droite.

## TABLEAU V

**Petit instrument. Étoiles de 4-5 gr.; I = 5; Gross. 70.**

| DATES | $\frac{1}{v}$ | SENS | Œ-O | | | E | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $e$ | $n$ | $p_v$ | $e'$ | $n'$ | $p'_v$ |
| 90 Août 16 | 0,91 | D | — 30 | 83 | 1,6 | — 8 | 56 | 1,5 |
| — 16 | 0,91 | | — 31 | 71 | 1,6 | — 11 | 56 | 1,5 |
| — 18 | 0.93 | | — 35 | 86 | 1,6 | — 13 | 64 | 1,5 |
| — 20 | 1,00 | | — 31 | 42 | 1,3 | — 7 | 56 | 1,5 |
| Déc. 4 | 1,01 | | — 28 | 41 | 1,3 | — 11 | 58 | 1,5 |
| — 4 | 1,01 | | — 29 | 44 | 1,3 | — 12 | 63 | 1,5 |
| | 0,95 | | — 31 | | 8,7 | — 10 | | 9.0 |
| Août 19 | 0,93 | I | — 24 | 94 | 1,7 | — 5 | 128 | 1,7 |
| — 16 | 1,62 | D | — 26 | 64 | 1,5 | — 12 | 64 | 1,5 |
| — 18 | 1,62 | | — 34 | 72 | 1,6 | — 12 | 72 | 1,6 |
| | 1,62 | | — 30 | | 3,1 | — 12 | | 3,1 |
| — 19 | 1,88 | I | — 20 | 64 | 1.5 | — 6 | 61 | 1,5 |
| — 20 | 3,27 | D | — 22 | 64 | 1,5 | — 6 | 45 | 1,4 |
| — 20 | 3,36 | I | — 5 | 64 | 1,5 | + 7 | 80 | 1,6 |
| — 21 | 6,5 | D | — 8 | 63 | 1,5 | — 8 | 62 | 1,5 |
| — 21 | 6,7 | I | 0 | 77 | 1,6 | — 8 | 64 | 1,5 |
| Nov. 23 | 10,0 | D | + 3 | 48 | 1,4 | — 17 | 46 | 1,4 |
| — 22 | 9,8 | I | + 19 | 51 | 1,4 | — 8 | 58 | 1,5 |
| — 23 | 9,7 | | + 7 | 26 | 1 1 | 0 | 27 | 1,1 |
| | 9,8 | | + 14 | | 2.5 | — 5 | | 2,6 |
| — 21 | 17,3 | I | + 78 | 40 | 1,3 | + 39 | 48 | 1.4 |
| — 23 | 35,0 | D | + 7 | 94 | 1.7 | — 30 | 65 | 1.5 |
| — 21 | 34,1 | I | + 68 | 87 | 1.6 | + 45 | 71 | 1.6 |
| — 21 | 68,2 | I | + 160 | 43 | 1.4 | + 160 | 22 | 1,0 |
| — 22 | 68,0 | | + 210 | 22 | 1,0 | + 160 | 21 | 1,0 |
| | 68,1 | | + 180 | | 2 4 | + 160 | | 2,0 |

Il importe de faire remarquer que mon équation s'est retrouvée à peu près la même, à la vitesse équatoriale, après un intervalle de quatre mois consacré à de nombreuses déterminations au grand instrument.

**25.** Afin de bien faire ressortir les variations dues aux changements de vitesse, nous allons comparer chaque valeur $e_v$ relative à une vitesse $v$, à la valeur $e_0$ correspondant à $v = 1$ et au sens direct. Les différences $\Delta e = e_v - e_0$ représentent donc la correction à appliquer aux différences d'ascension droite rapportées aux étoiles équatoriales. Nous admettrons comme valeurs exactes :

$$e_0 = -0^s,31, \qquad e_0' = -0^s,10.$$

L'erreur moyenne E d'un résultat est calculée par la formule donnée plus haut :

$$E = \frac{E_0}{v} \frac{1}{\sqrt{p_v P_v}},$$

en admettant

$$E_0 = \pm 0^s,03 \ (\text{Œ-O}), \qquad E' = \pm 0^s,02 \ (\text{E}),$$

valeurs qu'on a été conduit à adopter pour les déterminations faites au grand instrument (V. p. 66).

On donne également le produit $v\,\Delta e$, qui est l'analogue d'une différence d'ascension droite rapportée à l'équateur ($\Delta\alpha \cos\delta$), et qui permet de se faire une idée plus exacte des écarts relatifs aux circompolaires.

TABLEAU VI

| séc δ | Œ-O | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | D | | | I | | |
| | Δe | E | Δe cos δ | Δe | E | Δe cos δ |
| 1,0 | 0 | ± 1 | 0 | + 7 | ± 2 | + 7 |
| 1,8 | + 1 | ± 2 | + 1 | + 11 | ± 3 | + 7 |
| 3,3 | + 9 | ± 4 | + 3 | + 26 | ± 4 | + 8 |
| 6,6 | + 23 | ± 5 | + 3,5 | + 31 | ± 5 | + 4,7 |
| 9,9 | + 34 | ± 6 | + 3,4 | + 45 | ± 5 | + 4,5 |
| 17,3 | » | » | » | + 109 | ± 11 | + 6,8 |
| 34,5 | + 38 | ± 18 | + 1,1 | + 99 | ± 18 | + 2,9 |
| 68 | » | » | » | + 310 | ± 29 | + 4,6 |

| séc δ | E | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | D | | | I | | |
| | Δ'e | E | Δ'e cos δ | Δ'e | E | Δ'e cos δ |
| 1 | 0 | ± 1 | 0 | + 5 | ± 2 | + 5 |
| 1,8 | — 2 | ± 2 | — 1 | + 4 | ± 3 | + 3 |
| 3,3 | + 4 | ± 4 | + 1 | + 17 | ± 4 | + 5 |
| 6,6 | + 2 | ± 5 | + 0,3 | + 2 | ± 5 | + 0,3 |
| 9,9 | — 7 | ± 7 | — 0,7 | + 5 | ± 5 | + 0,5 |
| 17,3 | » | » | » | + 49 | ± 11 | + 2,8 |
| 34,5 | — 20 | ± 20 | — 0,6 | + 55 | ± 19 | + 1,6 |
| 68 | » | » | » | + 170 | ± 34 | + 2,5 |

En *sens direct*, le nombre des observations aux vitesses circompolaires est trop restreint pour qu'on puisse se prononcer avec certitude sur les variations tenant à la déclinaison. Toutefois, on voit que, pour la méthode Œ-O, Δ*e* croît progressivement, et tend vers une constante voisine

de $0^s,3$, c'est-à-dire de $e_0$; l'équation personnelle serait donc nulle au voisinage du pôle. Pour la méthode **E**, les valeurs de $\Delta e$ n'excèdent pas l'erreur moyenne; les variations sont donc sensiblement nulles.

En *sens inverse*, on constate d'abord, à la vitesse 1, un changement bien accusé de $+0^s,07$ (**Œ-O**) et $+0^s,05$ (**E**). La variation croît avec la déclinaison et tend vers

$$+0^s,04 \text{ séc}\delta \text{ (Œ-O)} \quad \text{et} \quad +0^s,02 \text{ séc}\delta \text{ (E)}.$$

Il y a, comme on voit, une différence très marquée entre les valeurs se rapportant à chaque sens de déplacement. Il faut en voir la cause dans l'épaisseur angulaire des fils, qui est à peu près de $0^s,20$ : une erreur de quelques centièmes dans la position estimée de l'axe du fil n'a rien de surprenant.

La détermination de la constante **n**, qui représente l'inclinaison de l'axe instrumental sur l'équateur, exige une correction personnelle égale à $\Delta \mathbf{n} = \Delta e \cot \delta$, ou sensiblement $\Delta \mathbf{n} = \Delta e \cos \delta$ ($\delta$, déclinaison de l'étoile circompolaire). On voit que $\Delta \mathbf{n}$ peut varier avec le sens du déplacement, c'est-à-dire avec la culmination de l'étoile.

Reportée sur l'azimut, la correction est $\Delta a = -\Delta \mathbf{n} \text{ séc } \varphi$ ($\varphi$, latitude). C'est ainsi que dans la détermination de la différence de longitude Leyde-Paris, les observateurs ont été conduits à faire à leurs déterminations respectives d'azimuts les corrections systématiques $\pm 0^s,037$ et $\pm 0^s,055$, le signe — se rapportant au passage supérieur (sens I), et le signe + au passage inférieur (sens D)[1].

Dans l'opération semblable entre Paris et Madrid, les observateurs ont pu constater que les valeurs de **n** obtenues par chacun, à la même époque et au même instrument, différaient entre elles au point de correspondre à un chan-

[1] H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN et BASSOT, *Détermination de la différence de longitude entre Leyde et Paris*, p. 14, 1889.

gement de $0^s,04$ dans les réductions des passages équatoriaux[1].

Envisagée à part, l'équation personnelle équatoriale $e_0$ se reporte sur la détermination de **n** avec une valeur $-e_0 \cot \delta$ : cette correction peut être assez forte si l'orientation est demandée à des étoiles comme $\varepsilon$ *Petite Ourse*, 1 *H. Dragon*, etc., situées à 7 ou 8° du pôle, mais elle devient insensible à mesure qu'on s'en rapproche ($\alpha$, $\lambda$ *Petite Ourse*, etc.)[2].

Comme d'ailleurs, l'erreur accidentelle $\varepsilon \cos \delta$ diminue avec la distance polaire, il est donc toujours plus sûr de recourir pour l'orientation de la lunette méridienne aux étoiles les plus voisines du pôle.

## II. Grand Instrument méridien

**26.** On a donné précédemment les indications concernant la lunette elle-même. Les différentes valeurs de l'équation personnelle sont groupées ci-après :

[1] Bassot et Estéban, *Dét. de la diff. de longitude entre Paris et Madrid*, p. 12, 1889.

[2] Il en est de même dans le cas de fortes flexions instrumentales. Soit par exemple $v_0$ la ligne sans collimation au pôle, $v_0^0$ à l'équateur ; la différence en temps $\Delta t$ correspondant à $v_0 - v_0^0$, introduit dans **n** une erreur $\Delta \mathbf{n} = \Delta t \cot \delta$, variable avec la distance polaire. Des variations de cette sorte ont été constatées à Milan, à l'occasion des déterminations des différences de longitude Milan-Nice et Milan-Paris : les azimuts fournis par $\varepsilon$ *Petite Ourse*, 7169, 1235 et 7178 *B A C*, ont été constamment plus forts que ceux déduits des autres polaires (*Annales de l'Observ. de Nice*, II, p. 92, 1887).

Si l'on remarque d'ailleurs que les déplacements de l'axe optique dus aux flexions ne se compensent pas nécessairement par le retournement de l'instrument, on trouvera pleinement justifiée la conclusion de MM. Bassot et Estéban :

« Il est préférable d'éliminer l'équation personnelle, comme nous l'avons fait, en pratiquant l'*échange des instruments et des observateurs*. »

## TABLEAU VII

**Grand instrument. Equation personnelle (étoile de 6e grandeur).**

| DATE | SENS | OCULAIRE | JOUR OU NUIT | $I$ | GE·O | | | E | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $e$ | $n$ | $p_v$ | $e'$ | $n'$ | $p'_v$ |
| | | | | $\frac{1}{v} = 0,89$ à $1,02$ | | | | | | |
| 90 Août 27 | D | $G_1$ | J | 3 | — 30 | 93 | 1,5 | — 8 | 64 | 1,3 |
| — 28 | | | | 4 | — 29 | 91 | 1,6 | — 7 | 76 | 1,5 |
| Sept 12 | | | | 4,5 | — 34 | 32 | 1,2 | — 9 | 32 | 1,2 |
| — 25 | | | | 5 | — 34 | 96 | 1,7 | — 6 | 63 | 1,5 |
| — 27 | | | | 3 | — 31 | 24 | 0,8 | — 5 | 37 | 1,1 |
| — 29 | | | | 3 | — 23 | 12 | 0,5 | » | » | » |
| Oct. 27 | | | | 4,5 | — 30 | 84 | 1,6 | — 5 | 57 | 1,4 |
| — 29 | | | | 5 | — 26 | 24 | 1,1 | — 7 | 32 | 1,2 |
| — 30 | | | | 4,5 | — 31 | 40 | 1,3 | » | » | » |
| — 31 | | | | 5 | — 27 | 46 | 1,4 | » | » | » |
| Déc. 19 | | | | 4,5 | — 24 | 30 | 1,1 | » | » | » |
| | | | | | — 29,9 | | 13,8 | — 6,7 | | 9,2 |
| Août 29 | D | R | J | 4 | — 27 | 96 | 1,6 | — 5 | 96 | 1,6 |
| Sept. 8 | | | | 4 | — 30 | 32 | 1,1 | — 8 | 32 | 1,1 |
| — 10 | | | | 2,5 | » | » | » | — 11 | 60 | 1,2 |
| — 19 | | | | 4,5 | — 25 | 40 | 1,3 | — 4 | 48 | 1,3 |
| — 26 | | | | 4 | — 32 | 30 | 1,1 | — 3 | 16 | 0,8 |
| Nov. 6 | | | | 4 | » | » | » | — 6 | 47 | 1,3 |
| | | | | | — 28,6 | | 5,1 | — 6,2 | | 7,3 |
| Août 27 | D | $G_1$ | N | 4 | — 30 | 32 | 1,1 | » | » | » |
| Sept. 12 | | | | 4 | — 34 | 32 | 1,1 | — 16 | 32 | 1,1 |
| — 25 | | | | 5 | — 35 | 40 | 1,3 | — 15 | 69 | 1,6 |
| — 26 | | | | 4 | — 26 | 32 | 1,1 | — 10 | 30 | 1,1 |
| — 30 | | | | 2,5 | — 29 | 34 | 0,9 | — 8 | 24 | 0,8 |
| Oct. 3 | | | | 3,5 | — 32 | 38 | 1,1 | — 14 | 70 | 1,4 |
| — 3 | | | | 3,5 | — 28 | 40 | 1,2 | » | » | » |
| — 27 | | | | 3,5 | — 26 | 80 | 1,5 | — 7 | 44 | 1.2 |
| — 28 | | | | 4 | — 28 | 40 | 1,2 | — 12 | 40 | 1,2 |
| — 29 | | | | 4,5 | » | » | » | — 14 | 80 | 1,6 |
| — 31 | | | | 5 | — 29 | 49 | 1,3 | » | » | » |
| | | | | | — 30,4 | | 11 8 | — 12.4 | | 10,0 |

TABLEAU VII *(suite)*.

| DATE | SENS | CIRCULAIRE | JOUR OU NUIT | $I$ | GEO $e$ | GEO $n$ | GEO $p_v$ | E $e'$ | E $n'$ | E $p'_v$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{v} = 0,89$ à $1,02$ *(suite)* | | | | | | | | | | |
| 91 Fév. 19 | D | $G_1$ | N | 4 | — 32 | 48 | 1,3 | » | » | » |
| — 21 | | | | 4 | — 33 | 60 | 1,4 | » | » | » |
| — 23 | | | | 4,5 | — 29 | 26 | 1,1 | » | » | » |
| — 24 | | | | 4,5 | — 30 | 64 | 1,5 | » | » | » |
| — 26 | | | | 3,5 | — 31 | 56 | 1,3 | » | » | » |
| | | | | | — 31,0 | | 6,6 | » | | » |
| 90 Août 29 | I | $G_1$ | J | 4,5 | — 24 | 96 | 1,6 | » | » | » |
| Sept. 19 | | | | 4,5 | — 23 | 32 | 1,2 | — 9 | 27 | 1,1 |
| Nov. 9 | | | | 4,5 | — 21 | 32 | 1,1 | — 8 | 48 | 1,3 |
| | | | | | — 22,8 | | 3,9 | — 8,4 | | 2,4 |
| Août 27 | I | R | J | 3 | — 27 | 61 | 1,3 | — 7 | 63 | 1,3 |
| — 28 | | | | 4 | — 25 | 27 | 1,0 | — 5 | 29 | 1,1 |
| — 30 | | | | 4,5 | — 23 | 40 | 1,3 | » | » | » |
| | | | | | — 25,1 | | 3,6 | — 6,1 | | 2,4 |
| Sept. 10 | I | $G_1$ | N | 3 | — 30 | 27 | 0,9 | — 15 | 32 | 1,0 |
| $\frac{1}{v} = 1,24$ à $1,30$ | | | | | | | | | | |
| Sept. 10 | D | $G_1$ | J | 4 | — 31 | 93 | 1,6 | — 9 | 48 | 1,3 |
| Août 30 | D | R | J | 2,5 | — 30 | 48 | 1,1 | — 5 | 96 | 1,4 |
| Sept. 22 | | | | 3 | — 27 | 45 | 1,1 | — 3 | 44 | 1,1 |
| | | | | | — 28,5 | | 2,2 | — 4,1 | | 2,5 |
| Sept. 2 | D | $G_1$ | N | 3,5 | — 36 | 46 | 1,2 | — 15 | 41 | 1,2 |
| Août 30 | I | $G_1$ | J | | — 27 | 48 | 1,1 | — 7 | 71 | 1,3 |
| Sept. 2 | I | R | J | 4 | — 28 | 40 | 1,2 | — 8 | 47 | 1,3 |

## TABLEAU VII *(suite)*.

| DATE | SENS | OCULAIRE | JOUR OU NUIT | $I$ | Œ-O | | | E | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $e$ | $n$ | $p_v$ | $e'$ | $n'$ | $p'_v$ |
| | | | | $\frac{1}{v} = 1,7$ à $2,2$ | | | | | | |
| 90 Sept. 25 | D | $G_1$ | J | 5 | — 26 | 27 | 1,1 | — 5 | 14 | 0,8 |
| — 9 | D | R | J | 4 | — 30 | 32 | 1,1 | — 4 | 28 | 1,1 |
| — 10 | | | | 2,5 | — 28 | 32 | 0,9 | — 3 | 26 | 0,8 |
| | | | | | — 29 | | 2,0 | — 4 | | 1,9 |
| Sept. 25 | D | $G_1$ | N | 4,5 | — 35 | 28 | 1,1 | » | » | » |
| Oct. 31 | | | | 4 | — 27 | 40 | 1,2 | — 11 | 40 | 1,2 |
| | | | | | — 31 | | 2,3 | — 11 | | 1,2 |
| Août 30 | I | $G_1$ | J | 3 | — 27 | 32 | 1,0 | — 6 | 30 | 1,0 |
| Sept. 25 | I | R | J | 5 | — 24 | 14 | 0,8 | — 6 | 14 | 0,8 |
| — 25 | | | | 5 | » | » | » | — 7 | 39 | 1,3 |
| | | | | | — 24 | | 0,8 | — 7 | | 2,1 |
| — 9 | I | $G_1$ | N | 4 | — 23 | 32 | 1,1 | — 13 | 57 | 1,4 |
| | | | | $\frac{1}{v} = 2,9$ à $3,1$ | | | | | | |
| Sept. 12 | D | $G_1$ | J | 3 | — 36 | 36 | 1,0 | — 5 | 27 | 0,9 |
| Nov. 6 | | | | 5 | — 28 | 47 | 1,4 | — 7 | 48 | 1,4 |
| | | | | | — 31 | | 2,4 | — 6 | | 2,3 |
| Sept. 11 | D | $G_1$ | N | 3,5 | — 29 | 72 | 1,4 | — 15 | 69 | 1,4 |
| Sept. 11 | I | $G_1$ | J | 3,5 | — 27 | 30 | 1,0 | — 8 | 28 | 1,0 |
| Nov. 7 | | | | 5 | — 13 | 48 | 1,4 | — 11 | 48 | 1,4 |
| | | | | | — 19 | | 2,4 | — 10 | | 2,4 |
| Sept. 12 | I | R | J | 3 | — 34 | 36 | 1,0 | — 11 | 36 | 1,0 |
| Sept. 10 | I | $G_1$ | N | 3 | — 30 | 69 | 1,3 | — 13 | 72 | 1,4 |
| Nov. 8 | | | | 4,5 | — 21 | 48 | 1,4 | — 9 | 48 | 1,4 |
| | | | | | — 25 | | 2,7 | — 11 | | 2,8 |

## TABLEAU VII *(suite)*.

| DATE | SENS | OCULAIRE | JOUR OU NUIT | $I$ | Œ-O | | | ε | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $e$ | $n$ | $p_v$ | $e'$ | $n'$ | $p'_v$ |
| | | | | | $\frac{1}{v} = 4,5$ à $4,7$ | | | | | |
| 90 Sept. 5 | D | $G_1$ | J | 4 | — 26 | 38 | 1,2 | » | » | » |
| — 6 | | | | 3 | — 28 | 21 | 0,8 | — 14 | 24 | 0,8 |
| | | | | | — 27 | | 2,0 | — 14 | | 0,8 |
| Sept. 17 | D | R | J | 3 | — 28 | 23 | 0,8 | — 10 | 21 | 0,8 |
| Oct. 22 | | | | 4 | — 28 | 43 | 1,3 | — 19 | 32 | 1,1 |
| | | | | | — 28 | | 2,1 | — 15 | | 1,9 |
| Sept. 5 | D | $G_1$ | N | 4 | — 36 | 42 | 1,2 | — 21 | 41 | 1,2 |
| Oct. 22 | I | $G_1$ | J | 3 | » | » | » | — 18 | 25 | 0,9 |
| Sept. 6 | I | R | J | 4 | — 15 | 24 | 1,0 | — 4 | 24 | 1,0 |
| Sept. 16 | I | $G_1$ | N | 3,5 | — 27 | 24 | 0,9 | — 23 | 24 | 0,9 |
| Sept. 5 | I | R | N | 4 | — 16 | 37 | 1,2 | — 15 | 40 | 1,2 |
| | | | | | $\frac{1}{v} = 6,9$ à $7,2$ | | | | | |
| 91 Fév. 27 | D | $G_1$ | N | 4,5 | — 30 | 28 | 1,1 | » | » | » |
| 90 Sept. 16 | I | $G_1$ | N | 3,5 | — 42 | 20 | 0,8 | — 17 | 20 | 0,8 |
| 91 Fév. 27 | | | | 4 | — 17 | 29 | 1,1 | » | » | » |
| | | | | | — 28 | | 1,9 | | | |
| | | | | | $\frac{1}{v} = 9,1$ à $9,3$ | | | | | |
| 91 Fév. 28 | D | $G_1$ | N | 4,5 | — 20 | 31 | 1,2 | » | » | » |
| 90 Sept. 4 | I | $G_1$ | N | 4 | — 19 | 64 | 1,4 | — 35 | 52 | 1,3 |
| 91 Fév. 27 | | | | 4 | — 28 | 29 | 1,1 | » | » | » |
| | | | | | — 23 | | 2,5 | | | |

A partir de $\frac{1}{v} = 12$, nous donnons les valeurs de $ve$, au lieu de $e$.

TABLEAU VII

| DATE | SENS | OCULAIRE | JOUR OU NUIT | $I$ | Œ-O | | | E | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $ve$ | $n$ | $p_v$ | $ve'$ | $n'$ | $p'$ |
| | | | | $\frac{1}{v} = 12,1$ à $14,0$ | | | | | | |
| 90 Sept. 3 | D | R | J | 4,5 | » | » | » | + 0,2 | 48 | 1,4 |
| Sept. 17 | D | $G_1$ | N | 3 | + 1,3 | 24 | 0,8 | + 0,6 | 23 | 0,8 |
| 91 Fév. 23 | | | | 4,5 | — 0,7 | 40 | 1,3 | » | » | » |
| | | | | | 0,0 | | 2,1 | | | |
| 90 Sept. 3 | I | $G_1$ | J | 4,5 | + 0,6 | 46 | 1,3 | + 0,9 | 36 | 1,2 |
| Sept. 16 | I | $G_1$ | N | 3 | — 0,7 | 23 | 0,8 | — 1,9 | 20 | 0,8 |
| 91 Fév. 27 | | | | 4 | — 1,2 | 45 | 1,3 | » | » | » |
| | | | | | — 1,0 | | 2,1 | | | |
| | | | | $\frac{1}{v} = 17$ à $22$ | | | | | | |
| 90 Sept. 3 | D | $G_1$ | J | 4 | + 1,0 | 48 | 1,3 | — 0,2 | 63 | 1,4 |
| Sept. 16 | D | R | J | 2,5 | + 0,6 | 21 | 0,7 | — 1,2 | 23 | 0,7 |
| | | | | 4,5 | + 0,4 | 18 | 0,9 | — 1,3 | 18 | 0,9 |
| | | | | | + 0,5 | | 1,6 | — 1,3 | | 1,6 |
| Sept. 6 | D | $G_1$ | N | 4 | + 1,2 | 32 | 1,1 | + 0,1 | 32 | 1,1 |
| 91 Fév. 28 | | | | 4,5 | 0,0 | 29 | 1,1 | » | » | » |
| | | | | | + 0,6 | | 2,2 | | | |
| 90 Sept. 16 | I | $G_1$ | J | 2 5 | + 2,0 | 24 | 0,7 | + 0,6 | 24 | 0,7 |
| Oct. 8 | | | | 4,5 | + 0,1 | 46 | 1,3 | — 1,1 | 48 | 1,3 |
| | | | | | + 0,8 | | 2,0 | — 0,5 | | 2,0 |
| Sept. 4 | I | $G_1$ | N | 4 | + 1,3 | 32 | 1,1 | — 0,3 | 32 | 1,1 |
| 91 Fév. 27 | | | | 4 | + 0,1 | 30 | 1,1 | » | » | » |
| | | | | | + 0,7 | | 2,2 | | | |

TABLEAU VII₂ *(suite)*

| DATE | SENS | OCULAIRE | JOUR OU NUIT | $I$ | Œ-O | | | E | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $ve$ | $n$ | $p_v$ | $ve'$ | $n'$ | $p_v'$ |
| | | | | $\frac{1}{v} = 29$ à 33 | | | | | | |
| 90 Nov. 6 | D | $G_1$ | J | 5 | + 1,2 | 24 | 1,1 | — 0,3 | 24 | 1,1 |
| Sept. 16 | D | R | J | 2,5 | — 0,2 | 30 | 0,9 | — 0,7 | 32 | 0,9 |
| Nov. 3 | | | | 4,5 | 0,0 | 39 | 1,3 | » | » | » |
| | | | | | — 0,1 | | 2,2 | | | |
| Sept. 17 | D | $G_1$ | N | 3 | + 1,6 | 22 | 0,8 | + 1,7 | 21 | 0,8 |
| Sept. 13 | I | $G_1$ | J | 3 | + 1,1 | 15 | 0,6 | » | » | » |
| Sept. 13 | I | $G_1$ | N | 4,5 | + 1,5 | 44 | 1,3 | — 0,3 | 44 | 1,3 |
| — 15 | | | | 3,5 | + 2,2 | 29 | 1,0 | + 1,8 | 29 | 1,0 |
| — 16 | | | | 3 | — 0,1 | 42 | 1,1 | — 0,7 | 44 | 1,1 |
| Oct. 10 | | | | 3,5 | — 0,6 | 32 | 1,0 | + 0,6 | 32 | 1,0 |
| | | | | | + 0,8 | | 4,4 | + 0,3 | | 4,4 |
| Nov. 6 | I | R | N | 5 | + 1,0 | 23 | 1,1 | + 1,0 | 24 | 1,1 |
| | | | | $\frac{1}{v} = 50$ à 57 | | | | | | |
| Sept. 18 | D | $G_1$ | N | 3,5 | + 0,4 | 30 | 1,0 | + 1,2 | 27 | 1,0 |
| Sept. 13 | I | $G_1$ | N | 4 | — 1,2 | 28 | 1,1 | — 1,3 | 31 | 1,1 |
| — 18 | | | | 3 | + 2,2 | 30 | 1,1 | » | » | » |
| Oct. 11 | | | | 4 | — 1,9 | 48 | 1,3 | + 0,8 | 47 | 1,3 |
| — 18 | | | | 3 | » | » | » | + 1,1 | 32 | 1,0 |
| | | | | | — 0,4 | | 3,5 | + 0,2 | | 3,4 |

Le petit chariot a été utilisé à partir de $\frac{1}{v} = 4$.

Pour un sens déterminé du déplacement apparent de l'étoile artificielle, les oculaires $G_1$ (ordinaire, grossisse-

ment 130) et R (terrestre, gr. 115) correspondent à des déplacements de sens inverse du chariot porte-mire. Or, il est facile de reconnaître que les déterminations obtenues avec chacun de ces oculaires ne présentent pas de discordance systématique. Dans la discussion des résultats, nous réunirons donc les valeurs relatives à $G_1$ et R.

**27.** Le nombre de déterminations distinctes, à la vitesse voisine de 1, est suffisamment grand pour qu'on puisse se rendre compte des fluctuations de l'équation personnelle. On ne trouve pas de variation réguliére du commencement à la fin des opérations. Jusqu'au 15 octobre, j'ai ignoré complètement, à dessein, quelle pouvait être la valeur de mon équation; plus tard, lorsque je l'ai connue, mon mode d'estime est resté le même, contrairement à ce qui était arrivé à M. Wolf, dont la correction personnelle est tombée en peu de temps de $+ 0^s,3$ à $+ 0^s,1$*. Et après plus de deux mois d'interruption dans l'usage de l'appareil à équation, je n'ai eu à constater aucun changement, comme le montrent les deux séries de déterminations (vitesse équatoriale) effectuées d'août à octobre d'une part, en février d'autre part. Je suis donc en droit d'admettre que durant toute la période de mes recherches, mon équation est restée constante, sauf les variations accidentelles imputables à l'état physiologique de l'observateur.

**28.** *Erreur moyenne de l'unité de poids; erreur moyenne des résultats.* — La recherche de l'erreur E, de l'unité de poids est facile en ce qui concerne la vitesse équatoriale. Pour les autres vitesses, le nombre des valeurs de chaque groupe est trop restreint et ne se prête pas à cette recherche. Toutefois l'examen des déterminations relatives aux vitesses circompolaires, depuis $\frac{1}{v} = 17$, ne montre aucune variation appréciable en rapport avec I ou D, J ou N; il est donc permis de

* C. Wolf, *l. c.*, p. 188.

baser le calcul de $E_v$ sur l'ensemble des valeurs se rapportant sensiblement à la même vitesse : on a opéré sur deux séries. Voici les résultats obtenus et leur comparaison à l'erreur moyenne $\varepsilon_v$ d'un passage.

| $\frac{1}{v}$ | SENS | JOUR OU NUIT | Œ-O | | | | E | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $\Sigma p$ | $\pm v E_v$ | $\pm v\varepsilon_v$ | $\frac{E_v}{\varepsilon_v}$ | $\Sigma p'$ | $\pm v E'_v$ | $\pm v\varepsilon'_v$ | $\frac{E'_v}{\varepsilon'_v}$ |
| | D | J | 18,9 | 3,1 | | 0,41 | 16,5 | 2,1 | | 0,46 |
| 0,94 | D | N | 18,4 | 2,7 | 7,5 | 0,36 | 10,0 | 2,9 | 4,6 | 0,63 |
| | I | J | 7,5 | 1,8 | | 0,24 | 4,8 | 1,6 | | 0,36 |
| 17,3 | » | » | 9,3 | 0,6 | 1,7 | 0,35 | 7.2 | 0,6 | 1,8 | 0,33 |
| 34,5 | » | » | 10,3 | 0 9 | 1,6 | 0,60 | 8,3 | 0,9 | 1,7 | 0,53 |
| MOYENNE PONDÉRÉE. . . . | | | | | | 0,40 | | | | 0,48 |

Autant que le permette l'incertitude de ces déterminations, on peut admettre que $E_v$ est proportionnelle à $\varepsilon_v$ : c'est l'hypothèse que l'on a adoptée en discutant les résultats obtenus avec le petit méridien.

Il est intéressant de mettre en regard du Tableau précédent celui qui résulte des déterminations d'équation personnelle faites à l'appareil de Leyde par trois observateurs[1].

| $\frac{1}{v}$ | MÉTHODE | $\pm v E_v$ | $\pm v\varepsilon_v$ | $\frac{E_v}{\varepsilon_v}$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | E | 2,5 | 5.4 | 0,46 |
| 9 | Œ-O | 1,3 | 3,0 | 0,43 |
| 25 | — | 1,2 | 2,2 | 0,55 |
| 44 | — | 1,2 | 1,9 | 0,63 |

Bien que les poids n'aient pas été estimés tout à fait de la même façon que les nôtres, on voit que $E_v$ est avec $\varepsilon_v$ dans un rapport sensiblement constant.

Nous avons vu que pour un passage équatorial

$$\varepsilon_0 = \pm 7,3, \qquad \varepsilon'_0 = \pm 4,3.$$

[1] V. DE S. BAKHUYZEN, *l. c.*, p. 31.

Il en résulte qu'à la vitesse 1, on a pour erreurs de l'unité de poids

$$E_0 = \pm 7{,}3 \times 0{,}40 = \pm 2{,}9,$$
$$E'_0 = \pm 4{,}3 \times 0{,}48 = \pm 2{,}1.$$

En nombres ronds, nous adoptons

$$E_0 = \pm 3, \qquad E'_0 = \pm 2.$$

De telle sorte qu'une détermination à la vitesse $v$, de poids $p_v$, aura pour erreur moyenne :

$$E = \pm \frac{3}{v} \frac{1}{\sqrt{p_v P_v}}, \qquad E' = \pm \frac{2}{v} \frac{1}{\sqrt{p'_v P'_v}}.$$

Les valeurs de $P_v$ et $P'_v$ sont données dans le Tableau II bis.

C'est ainsi qu'ont été calculées les erreurs moyennes contenues dans les Tableaux suivants, qui résument le Tableau VII.

TABLEAU VIII.

| $\frac{1}{v}$ | Œ-O | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | D | | | | I | | | |
| | J | | N | | J | | N | |
| | e | E | e | E | e | E | e | E |
| 0,94 | — 29,6 | ± 0,7 | — 30,6 | ± 0,7 | — 23,9 | ± 1,0 | — 30,0 | ± 3,2 |
| 1,30 | — 29,5 | 1,7 | — 36,0 | 3,0 | — 27,5 | 2,2 | » | » |
| 1,97 | — 28 | 2,0 | — 31 | 2,4 | — 26 | 2,3 | — 23 | 3,6 |
| 3,0 | — 31 | 2,6 | — 29 | 3,5 | — 23 | 2,3 | — 25 | 2,6 |
| 4,6 | — 28 | ± 3 | — 36 | 5 | — 15 | ± 5 | — 21 | 3 |
| 6,8 | » | » | — 30 | 6 | » | » | — 28 | 5 |
| 9,2 | » | » | — 20 | ± 7 | » | » | — 23 | ± 5 |
| | e | | E | | e | | E | |
| 13,0 | + 1 | | ± 8 | | — 5 | | ± 6 | |
| 20,8 | + 12 | | 7 | | + 17 | | 8 | |
| 32,2 | + 19 | | 12 | | + 26 | | 10 | |
| 54,5 | + 22 | | ± 41 | | — 22 | | ± 22 | |

TABLEAU VIII₂

| $\frac{1}{v}$ | E | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | D | | | | I | | | |
| | J | | N | | J | | N | |
| | $e'$ | E' | $e'$ | E' | $e'$ | E' | $e'$ | E' |
| 0,94 | — 6,5 | ± 0,5 | — 12,4 | ± 0,6 | — 7,2 | ± 0,9 | — 15,0 | ± 2,0 |
| 1,30 | — 5,8 | 1,3 | — 15,0 | 2,2 | — 7,5 | 1,5 | » | » |
| 1,97 | — 4 | 2,0 | — 11 | 3,1 | — 7 | 1,9 | — 13 | 2,8 |
| 3,0 | — 6 | 3,1 | — 15 | 3,8 | — 10 | 2,6 | — 11 | 2,7 |
| 4,6 | —15 | ± 4 | — 21 | ± 5 | — 10 | ± 4 | — 19 | 4 |
| 6,8 | » | » | » | » | » | » | — 17 | 8 |
| 9,2 | » | » | » | » | » | » | — 35 | ± 9 |
| | $e'$ | | E' | | $e'$ | | E' | |
| 13,0 | + 10 | | ± 8 | | — 5 | | ± 9 | |
| 20,8 | — 10 | | 9 | | — 8 | | 10 | |
| 32,2 | + 3 | | 15 | | + 13 | | 12 | |
| 54,5 | + 65 | | ± 44 | | + 11 | | ± 26 | |

Il est maintenant facile de former les Tableaux qui indiquent les changements de l'équation personnelle du sens D au sens I, ou du jour à la nuit.

**29.** *Variation avec le sens du déplacement apparent.*

TABLEAU IX₁

| $\frac{1}{v}$ | $\alpha$-o — $\Delta e$ (I—D) | | |
|---|---|---|---|
| | J | N | MOYENNE |
| 0,94 | + 5,7 ± 1,2 | + 0,6 ± 3,3 | + 5,1 ± 1,1 |
| 1,30 | + 2,0 ± 2,8 | » | + 2,0 ± 2,8 |
| 1,97 | + 2 ± 3 | + 8 ± 4 | + 4 ± 3 |
| 3,0 | + 8 ± 3 | + 4 ± 4 | + 6 ± 3 |
| 4,6 | + 13 ± 6 | + 15 ± 6 | + 14 ± 4 |
| 6,8 | » | + 2 ± 8 | + 2 ± 8 |
| 9,2 | » | — 3 ± 9 | — 3 ± 9 |

TABLEAU IX₂

| $\frac{1}{v}$ | E — $\Delta e'$ (I—D) | | |
|---|---|---|---|
| | J | N | MOYENNE |
| 0,94 | — 0,7 ± 1,0 | — 3,4 ± 2,1 | — 1,2 ± 0,9 |
| 1,30 | — 1,7 ± 2,0 | » | — 1,7 ± 2,0 |
| 1,97 | — 3 ± 3 | — 2 ± 4 | — 3 ± 2 |
| 3,0 | — 4 ± 4 | + 4 ± 5 | — 1 ± 3 |
| 4,6 | + 5 ± 5 | + 2 ± 7 | + 3 ± 4 |
| 6,8 | » | » | » |
| 9,2 | » | » | » |

En ce qui concerne les autres circompolaires, il est facile de s'assurer (Tableaux VIII), que les écarts sont moindres que leur indétermination.

Le Tableau IX₂ montre que, dans la méthode **E**, la différence $\Delta e'$ (I—D) est de même ordre que l'erreur accidentelle : on peut donc admettre qu'il n'y a pas de variation de l'équation personnelle avec le sens.

Au contraire, dans la méthode **Œ** - **O**, on constate un écart systématique nettement accusé, qui n'est inférieur à son erreur moyenne qu'à partir de $\frac{1}{v} = 5$ environ.

Des déterminations directes ont été faites sur le ciel en observant chaque étoile, moitié avec l'oculaire $G_1$, moitié avec l'oculaire R, en commençant alternativement par l'un ou l'autre. On a obtenu, par 50 étoiles observées à 8 : 8 fils, d'octobre 1889 à février 1890 :

$$\Delta e\,(\mathrm{I}-\mathrm{D}) = +3{,}7 \pm 0{,}6 \qquad (\text{séc}\,\delta = 1{,}04),$$

c'est-à-dire que les temps observés sont plus faibles dans le sens I que dans le sens D.

7 étoiles zénithales observées avec l'oculaire $G_1$ dans

deux positions de l'observateur, tête au Nord ou tête au Sud, ont donné

$$\Delta e\,(\mathrm{I}-\mathrm{D}) = +\,4 \pm 1 \qquad (\text{séc}\,\delta = 1{,}4).$$

Pour les circompolaires, on a obtenu en observant alternativement avec $G_1$ ou R (de janvier à juillet 1890) :

| NOM | séc δ | Δe (I-D) cos δ | n |
|---|---|---|---|
| λ P. O. | 55 | — 0,1 | 2 |
| α P. O. | 45 | — 0,3 | 6 |
| α P. O. (PI) | 45 | + 0,1 | 4 |
| 51 Hév. | 21 | + 0,4 | 3 |
| δ P. O. | 17 | + 0,0 | 2 |
| MOYENNE. . . . | | 0,0 | |

*n* indique le nombre de comparaisons par 10 : 10 pointés.

Tous ces résultats concordent suffisamment bien avec ceux qu'ont donnés les observations artificielles.

Nous adopterons pour celles-ci :

| séc δ | δ | Δe (I-D) |
|---|---|---|
| 1 à 5 | 0 à 78° | + 5 |
| 7 | 82° | + 3 |
| > 9 | 84 à 90° | 0 |

M. Wolf avait trouvé

$$(\text{Œ-O}) \qquad \Delta e\,(\mathrm{I}-\mathrm{D}) = +\,4 \qquad (\text{séc}\,\delta = 1).$$

A Greenwich, sur cinq observateurs ayant fait usage de l'appareil à équation, par la méthode **E**, un seul a son équation affectée d'une manière sensible, — 0ˢ,04 à — 0ˢ,06. Les observations célestes sur circompolaires avec un prisme à réversion ne révèlent aucun écart marqué [*V. Greenwich Observations* 1887 et 1888].

A Leyde, la méthode **E** n'a été étudiée que dans le sens D. Pour la méthode **Œ-O**, les observateurs ont conclu de l'ensemble des déterminations faites de $\frac{1}{v} = 4{,}6$ à $\frac{1}{v} = 44$ que le sens du mouvement apparent n'a pas d'influence.

Ces résultats semblent indiquer que les variations dues au changement de sens ont un caractère accidentel eu égard à la généralité des observateurs.

**30.** *Variation de l'équation personnelle de la nuit au jour*

TABLEAU X

$\Delta e$ (J — N)

| $\frac{1}{v}$ | Œ-O | | |
|---|---|---|---|
| | D | I | MOYENNE |
| 0,94 | + 1,0 ± 0,9 | + 6,1 ± 3,4 | + 1,4 ± 0,8 |
| 1,30 | + 6 ± 4 | » | + 6 ± 4 |
| 1,97 | + 3 + 3 | — 3 ± 4 | 0 ± 3 |
| 3,0 | — 2 ± 4 | + 2 ± 3 | 0 ± 3 |
| 4,6 | + 8 ± 5 | + 6 ± 6 | + 7 ± 4 |

| $\frac{1}{v}$ | E | | |
|---|---|---|---|
| | D | I | MOYENNE |
| 0,94 | + 5,9 ± 0,8 | + 7,8 ± 2,2 | + 6,1 ± 0,7 |
| 1,30 | + 9 ± 3 | » | + 9 ± 3 |
| 1,97 | + 7 ± 4 | + 6 ± 3 | + 6 ± 3 |
| 3,0 | + 9 ± 5 | + 1 ± 4 | + 4 ± 3 |
| 4,6 | + 6 ± 6 | + 9 ± 5 | + 8 ± 4 |

On voit que l'écart considéré est sensiblement nul dans la méthode **Œ-O**, tandis que la méthode **E** accuse une différence bien marquée.

Nous admettrons que la valeur de $\Delta' e$ (J — N), méthode **E**, reste constante à $+ 0^s,06$ jusqu'à $\frac{1}{v} = 5$ et s'annule, comme $\Delta e$ (I — D) pour la méthode **Œ-O**, à partir de $\frac{1}{v} = 9$.

C'est la première fois, croyons-nous, qu'une variation de cette nature est signalée. Au point de vue de la détermination des ascensions droites absolues, cette constatation ne manque pas d'importance.

**31.** *Variation de l'équation personnelle avec la déclinaison.*

Afin de rendre comparables toutes les déterminations, nous avons corrigé celles qui se rapportent soit au sens I, soit au jour, en tenant compte des écarts $\Delta' e$ (J — N) et $\Delta e$ (I — D) trouvés ci-dessus, et nous les avons fait concourir à la formation du Tableau suivant, qui doit être considéré comme exclusivement applicable aux passages *d'étoiles de 5e à 6e grandeur, observés la nuit, dans le sens direct.* Nous donnons en même temps les différences $\Delta e$ par rapport à la vitesse équatoriale, en prenant

$$e_0 = -0^s,30, \qquad e'_0 = -0^s,13^*.$$

On remarquera que jusqu'à $\frac{1}{v} = 7$, les variations $\Delta e$ sont à peu près de l'ordre de leur erreur moyenne : elles peuvent donc être considérées comme nulles. D'autre part, à partir de $\frac{1}{v} = 20$, la valeur de $e$ est de signe variable et l'excès sur l'erreur moyenne ne dépasse pas $0'',05$ sécd; il ne paraît pas possible de répondre d'une aussi faible quantité : aussi admettra-t-on comme nulle l'équation personnelle dans cette région.

On est donc amené à adopter comme écarts avec la valeur équatoriale les nombres inscrits dans la colonne $\Delta_0 e$ : en regard se trouvent répétées les corrections à appliquer à ces nombres lorsque l'observation a lieu en sens inverse, **Œ-O**, ou pendant le jour, **E**.

* $e'_0 - e_0 = +0^s,17$. Le 30 janvier, 8 étoiles observées moitié par chaque méthode ont donné $e'_0 - e_0 = +0^s,15 \pm 0^s,015$ : l'accord est satisfaisant.

TABLEAU XI

| $\frac{1}{v}$ = sécδ | α-0 | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $e$ | $\Delta e$ | $\Delta_0 e$ | $\Delta e$ (I-D) |
| 0,94 | — 30 ± 0,4 | 0 | 0 | + 5 |
| 1,30 | — 32 ± 1,2 | — 2 | 0 | + 5 |
| 1,97 | — 30 ± 1,3 | 0 | 0 | + 5 |
| 3,0 | — 29 ± 1,3 | + 1 | 0 | + 5 |
| 4,6 | — 28 ± 2 | + 2 | 0 | + 5 |
| 6,8 | — 31 ± 4 | — 1 | 0 | + 3 |
| 9,2 | — 22 ± 4 | + 8 | + 8 | + 0 |
| 13,0 | — 3 ± 5 | + 27 | + 27 | + 0 |
| 20,8 | + 13 ± 5 | + 43 | + 30 | + 0 |
| 32,2 | + 22 ± 8 | + 52 | + 30 | + 0 |
| 54,5 | — 11 ± 19 | + 19 | + 30 | + 0 |

| $\frac{1}{v}$ = sécδ | Z | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $e'$ | $\Delta' e$ | $\Delta'_0 e$ | $\Delta' e$ (J-N) |
| 0,94 | — 13 ± 0,3 | 0 | 0 | + 6 |
| 1,30 | — 13 ± 0,9 | 0 | 0 | + 6 |
| 1,97 | — 12 ± 1,2 | + 1 | 0 | + 6 |
| 3,0 | — 14 ± 1,5 | — 1 | 0 | + 6 |
| 4,6 | — 19 ± 2 | — 6 | 0 | + 6 |
| 6,8 | — 17 ± 8 | — 4 | 0 | + 4 |
| 9,2 | — 35 ± 8 | — 22 * | + 5 | + 0 |
| 13,0 | + 1 ± 6 | + 14 | + 13 | + 0 |
| 20,8 | — 10 ± 7 | + 3 | + 13 | + 0 |
| 32,2 | + 10 ± 9 | + 23 | + 13 | + 0 |
| 54,5 | + 22 ± 21 | + 35 | + 13 | + 0 |

Le 3 octobre, une série de déterminations a été faite à la vitesse 2. Par rapport aux déterminations équatoriales obtenues le même jour, on a trouvé :

$$\Delta e = -0^s,04\,(64:38 \text{ pass.}); \quad \Delta' e = -0^s,01\,(64:70).$$

* Cette valeur ne résulte que d'une seule série.

Le changement est presque nul.

Ainsi mon équation est sensiblement constante jusqu'à 82° de déclinaison ($\sec\delta = 7$).

Ce sont les étoiles équatoriales dont les passages servent de base à la détermination des ascensions droites. Par conséquent les $\Delta_0 e$ de ce Tableau représentent les corrections à appliquer aux ascensions droites obtenues à chaque déclinaison : il va sans dire qu'il faut aussi, lorsqu'il y a lieu, tenir compte des écarts :

$$\Delta e(\mathrm{I}-\mathrm{D}) \quad \text{ou} \quad \Delta' e(\mathrm{J}-\mathrm{N}).$$

Je me suis occupé à différentes reprises de la détermination des ascensions droites absolues des étoiles polaires[1]. En admettant que le Tableau précédent soit applicable à mes observations des cinq dernières années, c'est une correction de $+0^s,30$ que devraient recevoir la plupart des déterminations que j'ai publiées.

Comme points de comparaison, je vais rapporter les valeurs de l'équation personnelle obtenues à diverses déclinaisons par un certain nombre d'observateurs.

APPAREIL DE GREENWICH, E.

| $\frac{1}{v}$ | H.T | A.D | T | L | H |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | + 7 | — 6 | + 8 | 0 | — 26 |
| 1,4 | + 10 | — 5 | + 11 | 0 | — 26 |
| 2 | + 12 | — 4 | + 16 | + 1 | — 32 |
| 3,7 | » | — 5 | + 11 | + 8 | — 46 |

APPAREIL DE LEYDE

| | E. | | | Œ-O. | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{v}$ | E.B | J.W | H.B | $\frac{1}{v}$ | E.B | J.W |
| 1 | — 18 | + 14 | + 4 | 5 | + 12 | — 12 |
| 2 | — 20 | + 22 | + 7 | 22 | + 43 | — 52 |
| 3 | — 25 | + 22 | — 2 | 44 | + 95 | — 91 |

[1] V. *Bulletin astronomique*, II, p. 213, 1885; VII, p. 198, 1890.

Pour certains observateurs, $e$ paraît croître proportionnellement à $\frac{1}{v}$ et provient vraisemblablement, aux faibles vitesses, d'une erreur de bissection.

Mais ces variations n'ont rien de systématique quant au signe. On est donc amené à croire, en ce qui concerne des étoiles de grandeur uniforme, que les erreurs personnelles qui affectent les différences d'ascensions droites peuvent, comme les erreurs instrumentales, disparaître dans la moyenne des déterminations d'origine variée.

Dès lors, on peut se demander si dans la formation d'un catalogue fondamental il ne serait pas préférable de ramener toutes les données à la moyenne convenablement pondérée de leur ensemble, plutôt qu'à celles d'un observatoire unique, comme c'est la coutume.

Ainsi, après l'étude des flexions de notre instrument et après celle de mon équation personnelle, je suis autorisé à conclure de mes observations de 1888 dans la zone 60 — 70° (25 étoiles observées plusieurs fois aux deux culminations), que le *Fundamental-Catalog* de M. Auwers demande ici une correction moyenne d'environ — 0s,08. Or, cette correction est à peu près égale et de signe contraire à la moyenne + 0s,06 des corrections $(\Delta\alpha)_3$ systématiquement appliquées par l'auteur aux divers catalogues particuliers qui ont concouru à la formation du catalogue définitif.

**32.** *Influence de la position de l'observateur.*

On a employé deux prismes à réflexion, l'un donnant une déviation de 90°, l'autre de 45°. Ces prismes s'adaptaient à l'oculaire terrestre, qui par sa longueur de 11 à 12 centimètres en facilitait l'emploi. L'observateur pouvait prendre sur le banc d'observation la même position que dans les observations ordinaires.

La ligne de visée a donc pu être dirigée : au zénith, Z, à 45° de hauteur au-dessus de l'horizon, + 45° ; à l'horizon, H ; à 45° au-dessous, — 45° ; au nadir, N.

On donne, dans le Tableau ci-dessous, les variations $\Delta e$ par rapport à la position H. Les valeurs comparées appartenant à la même séance, on a calculé les poids, rapportés à la même unité, par la formule

$$p = \frac{P_v v^2}{\frac{1}{N} + \frac{1}{N_1}},$$

dont les symboles ont une signification connue : N et $N_1$ sont relatifs aux deux valeurs de $e$ avec lesquelles est formée la différence $\Delta e$.

TABLEAU XII

| DATE | S | $I$ | $\frac{1}{v}$ | Œ-O | | | E | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | $\Delta e$ | $p$ | $\Delta e$ MOYEN | $\Delta' e$ | $p'$ | $\Delta' e$ MOYEN |
| | | | | $\Delta e$ (+ 45° — H) | | | | | |
| 1890 | | | | | | | | | |
| Août 29 | D | 4 | 0,9 | — 0,4 | 3,9 | | — 1,8 | 3,9 | |
| Sept. 8 | D | 4 | 0,9 | — 6,7 | 1,4 | | + 0,3 | 1,4 | |
| — 10 | D | 2,5 | 0,9 | — 0,9 | 1,2 | | — 2,9 | 1,0 | |
| — 19 | D | 4,5 | 1,0 | + 1,7 | 2,2 | — 1,8 ± 0,7 | + 0,5 | 1,4 | — 1,0 ± 0,5 |
| — 26 | D | 4 | 1,0 | — 6,1 | 0,9 | | — 1,5 | 0,9 | |
| — 10 | D | 2,5 | 1,9 | — 2,2 | 0,7 | | + 4,6 | 0,3 | |
| — 12 | I | 3,5 | 2,9 | — 9,1 | 0,5 | | — 3,4 | 0,2 | |
| | | | | $\Delta e$ (Z—H) | | | | | |
| Sept. 8 | D | 4 | 0,9 | — 5,0 | 1,3 | | + 0,4 | 1,3 | |
| — 10 | D | 2,5 | 0,9 | — 1,6 | 1,2 | | — 1,1 | 1,1 | |
| Août 30 | D | 2,5 | 1,3 | — 3,9 | 0,9 | | — 1,4 | 1,0 | |
| Sept. 22 | D | 3 | 1,5 | — 3,5 | 1,1 | — 2,4 ± 0,9 | — 0,5 | 1,0 | — 0,7 ± 0,6 |
| — 2 | I | 4 | 1,2 | — 0,4 | 1,4 | | — 1,4 | 1,4 | |
| — 10 | D | 2,5 | 1,9 | — 0,9 | 0,7 | | + 1,6 | 0,3 | |
| — 12 | I | 3,5 | 2,9 | — 1,0 | 0,6 | | — 1,8 | 0,3 | |
| | | | | $\Delta e$ (— 45° — H) | | | | | |
| Sept. 8 | D | 4 | 0,9 | — 0,2 | 1,3 | | — 1,8 | 1,3 | |
| — 19 | D | 4,5 | 1,0 | — 1,4 | 1,9 | — 1,0 ± 1,2 | » | » | — 1,1 ± 0,9 |
| — 26 | D | 4 | 1,0 | — 1,4 | 0,8 | | 0,0 | 0,7 | |

| DATE | S | $I$ | $\frac{1}{v}$ | Œ-O | | | E | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | $\Delta e$ | $p$ | $\Delta e$ MOYEN | $\Delta' e$ | $p$ | $\Delta' e$ MOYEN |
| | | | | $\Delta e$ (N—H) | | | | | |
| Sept. 8. | D | 4 | 0,9 | + 3,3 | 1,3 | | — 3,2 | 1,3 | |
| Août 30. | D | 3 | 1,3 | + 0,7 | 1,3 | | » | » | |
| Sept. 2. | I | 4 | 1.3 | + 3,4 | 1,5 | + 1,9 ± 1,0 | — 0,5 | 1,4 | — 1,3 ± 0,7 |
| — 9 | D | 4 | 2,0 | + 4,5 | 0,8 | | + 0,9 | 0,4 | |
| — 12. | I | 4 | 2,9 | — 5,8 | 0,6 | | + 0,2 | 0,3 | |

De l'ensemble on a déduit pour erreurs de l'unité de poids :

$$E_0 = \pm 2,4, \quad E_0' = \pm 1,4.$$

C'est avec ces valeurs qu'ont été calculées les erreurs moyennes indiquées dans le Tableau précédent. Les valeurs de $\Delta e$ sont faibles, et sauf en ce qui concerne la position N, Œ-O, elles ont toutes même signe : probablement c'est à l'effet des prismes eux-mêmes qu'il faut attribuer le petit écart négatif qui paraît exister dans l'ensemble. On peut conclure, je crois, que la position de l'observateur n'a pas d'influence appréciable.

Les déterminations semblables faites sur des étoiles circompolaires, à l'appareil et sur le ciel, ne montrent aucun indice d'une variation constante.

Deux astronomes de Leyde, qui se sont livrés aux mêmes recherches, arrivent aux mêmes conclusions. Je ne pense pas qu'on doive s'arrêter aux résultats obtenus par M. Wislicenus à Strasbourg : la raison en a déjà été donnée (p. 21).

**33.** *Influence du grossissement oculaire.*

Elle a été étudiée avec un oculaire $G_2$ grossissant 250 fois. Chaque série de déterminations est accompagnée d'une série analogue obtenue avec l'oculaire ordinaire $G_1$, qui donne un grossissement de 130.

La comparaison porte aussi bien sur la valeur de l'équation

$e$ que sur celle de $\varepsilon$, erreur moyenne d'un passage. On donne donc, pour chaque séance : d'une part la différence $\Delta e(G_2 - G_1)$; d'autre part, le rapport des carrés des erreurs moyennes :

$$P = \frac{\varepsilon^2(G_1)}{\varepsilon^2(G_2)}.$$

Les poids sont estimés de la même manière que dans le paragraphe précédent : on prendra aussi mêmes valeurs de $E_0$ et $E'_0$.

TABLEAU XIII

| DATE | SENS | $I$ | $\frac{1}{v}$ | α-O | | | E | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | $\Delta e$ | P | $p$ | $\Delta' e$ | P' | $p$ |
| Août 28 | D | 3,5 | 0,9 | — 5,9 | 0,7 | 3,2 | — 5,4 | 0,8 | 2,9 |
| Sept. 27 | D | 3 | 0,9 | + 1,2 | 0,5 | 0,7 | — 7,9 | 0,7 | 0,9 |
| Sept. 1 | D | 4 | 1,3 | — 2,6 | 1,3 | 3,2 | — 4,8 | 2,0 | 1,4 |
| — 11 | D | 3,5 | 2,9 | — 5,1 | 1,2 | 1,0 | — 5,4 | 1,3 | 0,2 |
| — 11 | I | 3,5 | 2,9 | — 5,8 | 1,8 | 0,5 | — 5,6 | 1,9 | 0,2 |
| MOYENNES. . . | | 3,5 | | — 4,0 | 1,0 | | — 5,7 | 1,2 | |
| ERREURS MOYENNES. . . | | | | ± 0,8 | | | ± 0,6 | | |

Ainsi, lorsqu'on double le grossissement, l'équation personnelle varie respectivement de — 4,0 et de — 5,7 pour chaque méthode.

Les 5 et 7 février, des observations différentielles sur le ciel ont donné :

$$\Delta e = -6 \pm 1 \quad (8 \text{ étoiles}),$$

et

$$\Delta e' = -4 \pm 1 \quad (8 \text{ étoiles}).$$

Ici donc, on constate une variation bien accusée, sensiblement la même pour les deux méthodes.

L'examen des nombres rapportés par M. Dreyer[1], montre que ces résultats ne doivent pas être généralisés.

[1] *L. c.*, p. 511.

On voit, d'autre part, par les valeurs de P, que l'emploi d'un fort grossissement ne fait rien gagner en précision, au moins pour les grandes vitesses et pour des images de moyenne qualité.

En ce qui concerne les circompolaires, toutes les déterminations faites donnent des variations $\Delta e$ plus faibles que leur erreur probable, et on trouve d'après les résultats de 5 séries distinctes (appareil):

$$P = 0,9 \text{ et } P' = 0,7 \ (I = 3,5).$$

Ainsi, pour des images passables, la précision est moindre avec un fort grossissement.

Il y a là une confirmation de ce fait généralement reconnu que l'emploi de forts grossissements n'est avantageux que dans le cas d'images exceptionnellement bonnes.

**34.** *Influence de la grandeur des étoiles.*

Cette influence a été soupçonnée par Bessel. Argelander l'a constatée en comparant entre eux les catalogues de Schjellerup et de Santini : la différence systématique en ascension droite, de $+ 0^s,02$ pour la 6e grandeur, monte à $+ 0^s,08$ pour la 8e grandeur, à $+ 0^s,12$ pour la 9e *.

Mais il faut remarquer que cette différence peut tenir en grande partie à la difficulté que présente l'observation des étoiles faibles dans des instruments de moyenne puissance.

M. B.-A. Gould, dans son rapport sur *The Transatlantic Longitude*[1] (p. 69), exprime la conviction que l'équation personnelle varie avec la grandeur.

En comparant les positions des étoiles de comparaison de la planète Mars aux mesures héliométriques de M. Gill, M. H. G. van de Sande Bakhuyzen a mis en évidence[2], dans les observations provenant de divers observatoires, des différences systématiques variables avec la grandeur, mais

* *Vierteljahrsschrift der A. G.*, VII, p. 19, 1872.

[1] *Smithsonian Contributions to knowledge*, 1869.

[2] *Astr. Nachr*, 2262, 1879.

n'ayant une valeur sensible que pour les étoiles faibles, 8-9°. Le cas est semblable à celui qui a été examiné plus haut.

Mais ce qu'il importe surtout de connaître, c'est la variation qui naît de la différence d'éclat d'étoiles également bien observables sur un réticule nettement visible.

Des déterminations directes ont été faites à l'Observatoire de Leyde[1]. La réduction de grandeur a été obtenue : 1° à l'aide d'un diaphragme circulaire de $0^m,06$ d'ouverture, l'ouverture entière de l'objectif étant $0^m,16$; 2° au moyen de réseaux de toile métallique. Chaque étoile était observée réduite dans une moitié du champ, avec tout son éclat dans l'autre. On n'a pas trouvé de différence sensible entre les deux procédés. Les résultats moyens qui suivent correspondent à une diminution de 2,5 unités dans la grandeur, et représentent des différences de corrections personnelles exprimées en centièmes de seconde, et prises dans le sens B-F (F, étoiles réduites; B, étoiles brillantes) ; $G^r$ indique la grandeur réduite.

| OBSERV. | G-O | | | | E | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $G^r$ | $\Delta e$ | $G^r$ | $\Delta e$ | $G^r$ | $\Delta' e$ | $G^r$ | $\Delta' e$ |
| B. | 4,7 | + 6,5 ± 2,3 | 6,8 | + 5,4 ± 1,3 | 4,8 | + 4,5 ± 1,3 | 7,2 | + 4,9 ± 0,7 |
| W. | 3,8 | + 12,8 ± 3,3 | 7,1 | + 2,3 ± 2,0 | 4,2 | + 3,5 ± 1,9 | 7,0 | + 3,9 ± 0,9 |
| S. | 5,2 | + 10,3 ± 3,7 | 7,2 | + 4,1 ± 1,4 | 4,8 | + 4,5 ± 1,2 | 7,0 | + 4,1 ± 0,8 |

Des recherches de ce genre ont été faites à Washburn Observatory, sous la direction de M. Holden[2], par la méthode **E**. Un réseau diminuait les grandeurs de 2 classes.

Voici les résultats obtenus : *n* représente le nombre d'étoiles observées à 5:5 fils.

[1] *Vierteljahrsschrift der A. G.*, 1879, p. 408.

[2] *Publications of the Washburn Observatory*, IV, p. 48 et suiv., 1885.

| N° | obs^r | G^r | Δ'e | n | G^r | Δ'e | n | G^r | Δ'e | n |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | 3 Réseaux (Réduction : 6 gr.). | | | | | |
| 1 | C. | 5 à 6,5 | + 4,1 | 7 | 7 à 7,5 | + 3,8 | 13 | 8 à 8,5 | + 6,3 | 9 |
| | | | | | 2 Réseaux (Réduction : 4 gr.). | | | | | |
| 2 | C. | 5 à 6,5 | + 1,8 | 17 | 7 à 7,5 | + 3,1 | 45 | 8 à 9 | + 7,1 | 39 |
| 3 | H. | 6 à 6,5 | + 2,9 | 7 | 6,6 à 8 | + 4,4 | 37 | » | » | » |
| 4 | H. | 5 à 7 | + 4,4 | 23 | 7 à 8 | + 8,8 | 24 | 8 à 9 | + 14,0 | 4 |
| 5 | H. | 5 à 7 | + 6,6 | 17 | 7 à 8 | + 9,0 | 8 | » | » | » |

L'erreur moyenne d'une détermination est à peu près $\pm 4$ pour $G^r = 6$ et $\pm 6$ pour $G^r = 8,5$.

Dans les trois premières séries, l'éclairement du champ était réduit à son minimum, et restait invariable. Dans les séries 4 et 5, l'éclairement était proportionné à l'éclat de l'étoile. Il paraît ressortir de ce Tableau que les variations d'équation personnelle sont en relation avec l'éclat du champ aussi bien qu'avec la grandeur de l'astre.

A propos des déterminations de M. Holden, M. Krueger[1] dit que ses observations d'Helsingfors ne montrent aucune influence de la grandeur, mais qu'il faisait varier l'éclairement de la lunette en même temps que l'éclat de l'étoile.

J'ai de mon côté procédé à des recherches analogues, en employant des réseaux simples, doubles ou triples, dont l'effet était de diminuer respectivement les grandeurs d'environ 2,5, 4,5 et 6,5 unités. Chaque étoile était observée à 8:8 fils.

Mes déterminations ont été faites à notre grand instrument, de 1888 à 1890, par la méthode Œ-O. Une partie des résultats a déjà été publiée[2]. Ceux qu'on va lire se rap-

[1] *Astr. Nachr.*, 2690, 1885.

[2] *Comptes rendus*, CVII, p. 647, 1888.

portent à des étoiles dont la déclinaison est inférieure à 45°.

En général, l'éclairement du champ est maintenu à son maximum pour les étoiles de grandeur inférieure à 5; au delà, il est réglé d'après la grandeur.

| Gr norm. | Gr réduite | Réseau | $\Delta e$ (B-F) | $n$ | $\varepsilon$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 4.2 | 6,7 | 1 | + 2,5 | 50 | ± 3,5 |
| 3,1 | 7,6 | 2 | + 3,8 | 93 | ± 4,3 |
| 1,2 | 7,7 | 3 | + 8,3 | 31 | ± 4,7 |

En interprétant graphiquement ces résultats, on trouve comme réductions des passages à ceux des étoiles de 6e grandeur, les valeurs suivantes :

| | |
|---|---|
| 1re grandeur. . . . . | +7 |
| 2e — . . . . . | +5 |
| 4e — . . . . . | +3 |
| 7e,5 — . . . . . | —1 |

Il faut noter l'accroissement de $\varepsilon$, erreur moyenne d'une détermination, avec la différence des grandeurs : on doit en conclure que les observations des grosses étoiles sont moins précises que celles des étoiles plus faibles, mais toujours nettement visibles. Cette conclusion a d'ailleurs été vérifiée directement : le rapport des carrés des erreurs moyennes d'un passage, pour la grandeur réduite et la grandeur entière, est respectivement pour chaque réseau

0,8, 0,7, 0,6.

On peut donc affirmer que l'influence de la grandeur atteint aussi bien l'erreur accidentelle que l'équation personnelle.

Je vais indiquer maintenant les résultats obtenus avec l'appareil à équation. Un trou de mire de $0^{mm},2$, vivement éclairé à la lumière électrique, donne un disque brillant de 3 à 4″ de diamètre comparable à une étoile de 1re grandeur :

toutefois, la lumière est moindre et plus uniformément répartie dans ce disque que dans l'image d'une grosse étoile, où l'éclat du point central est prédominant. Le réseau triple réduit l'étoile artificielle à la 9e grandeur; l'extinction par un réseau est proportionnellement plus forte ici, en moyenne 2,7, que dans les cas d'une étoile.

Les Tableaux suivants contiennent les variations $\Delta e$ (B-F), correspondant à l'effet d'un réseau : on a fait trois groupes suivant la grandeur. Les poids ont été calculés comme ci-devant :

TABLEAU XIV

| DATE | SENS | $I$ | $\frac{1}{v}$ | I | | II | | III | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | $\Delta e$ | $p$ | $\Delta e$ | $p$ | $\Delta e$ | $p$ |
| 90 Oct. 28. | D | 4 | 0,9 | » | » | + 3,6 | 2,0 | » | » |
| — 30. | D | 4,5 | 0,9 | + 5,1 | 1,8 | + 5,9 | 1,8 | + 1,9 | 1,8 |
| — 31. | D | 5 | 0,9 | + 5,0 | 1,9 | + 1,1 | 1,9 | » | » |
| — 31. | D | 5 | 0,9 | + 5,0 | 2,0 | + 4,4 | 2,0 | + 1,2 | 1,9 |
| — 30. | I | 4,5 | 0,9 | + 4,3 | 1,8 | + 2,5 | 1,8 | » | » |
| Nov. 2. | I | 4 | 0,9 | + 2,8 | 1,5 | + 7,2 | 1,5 | » | » |
| — 3. | D | 4 | 1,8 | » | » | + 7,0 | 1,0 | + 2,2 | 1,0 |
| — 7. | I | 5 | 3,1 | » | » | + 5,2 | 1,0 | + 2,8 | 1,0 |
| — 8. | I | 4,5 | 3,1 | + 5,4 | 1,0 | + 2,8 | 1,0 | + 1,9 | 1,0 |
| $\Delta e$ moy. et $\Sigma p$. . . . . | | | | + 4,0 | 10,0 | + 4,2 | 14,0 | + 1,8 | 6,7 |
| Erreur moyenne. . . . . | | | | ± 0,5 | | ± 0,5 | | ± 0,6 | |
| Moy. grandeur réduite. . . | | | | 4,2 | | 6,5 | | 9,0 | |

Erreur moyenne de l'unité de poids : $E_0 = \pm 1,6$.

E

| DATE | SENS | $I$ | $\frac{1}{v}$ | I | | II | | III | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | $\Delta e$ | $p$ | $\Delta e$ | $p$ | $\Delta e$ | $p$ |
| 90 Oct. 28. | D | 4 | 0,9 | » | » | + 4,9 | 2,1 | » | » |
| — 29. | D | 3,5 | 1,0 | + 1,9 | 2,8 | + 4,5 | 2,8 | + 4,6 | 2,7 |
| Nov. 9. | D | 4 | 1,0 | + 1,4 | 2,0 | + 7,3 | 1,6 | » | » |
| — 9. | I | 4 | 1,0 | + 0,3 | 1.6 | + 0,6 | 2,0 | 2 | » |
| Oct. 31. | D | 4 | 1,9 | + 3,3 | 0,6 | + 3,4 | 0,6 | » | » |
| Nov. 3. | D | 3 | 1,8 | » | » | + 3,8 | 0,4 | » | » |
| — 5. | D | 5 | 1,9 | + 0,3 | 0,7 | + 2,4 | 0,7 | » | » |
| — 5. | I | 5 | 1,9 | + 3,8 | 0,7 | + 0,0 | 0,7 | » | » |
| — 8. | I | 4,5 | 1,9 | + 4,1 | 0,6 | + 3,6 | 0,6 | + 4,6 | 0,6 |
| — 6. | D | 4 | 3.0 | » | » | + 0,9 | 0,4 | » | » |
| — 7. | I | 5 | 3,1 | » | » | + 5,1 | 0,5 | + 1,7 | 0,5 |
| — 8. | I | 4,5 | 3,1 | + 2,0 | 0,4 | + 4,5 | 0,4 | + 7,0 | 0,4 |
| $\Delta e$ moy. et $\Sigma p$. . . . . | | | | + 1,8 | 9.4 | + 3,7 | 12,8 | + 4,5 | 4,2 |
| Erreur moyenne. . . . | | | | ± 0,6 | | ± 0.5 | | ± 0 9 | |
| Moy. grandeur réduite. . | | | | 4,3 | | 6,5 | | 9,1 | |

Erreur moyenne de l'unité de poids : $E'_0 = \pm 1,8$

Il ne paraît pas y avoir de distinction à faire quant au sens ni à la vitesse jusqu'à $\frac{1}{v} = 3$.

On peut prendre pour réductions des passages à la sixième grandeur, les valeurs suivantes obtenues graphiquement

| Gr | Œ-O | E |
|---|---|---|
| 1 | + 7,5 | + 5,5 |
| 2 | + 6 | + 4,5 |
| 4 | + 3 | + 2 |
| 8 | — 2 | — 3 |
| 9,2 | — 3 | — 5 |

écarts dont l'amplitude atteint, comme on voit, plus de $0^s,10$.

Les résultats Œ-O confirment ceux qui ont été obtenus sur le ciel.

L'erreur moyenne d'un passage varie peu de la quatrième à la septième grandeur. Elle augmente lorsque la grandeur de l'étoile devient plus forte ou plus faible. L'ensemble des déterminations donne en effet pour rapports des carrés des erreurs les nombres suivants :

| | $\frac{\varepsilon^2\ (6^e)}{\varepsilon^2\ (1\text{-}2^e)}$ | $\frac{\varepsilon^2\ (6^e)}{\varepsilon^2\ (9\text{-}9^e,5)}$ |
|---|---|---|
| Œ-O. . . | 0,71 | 0,65 |
| E. . . . | 0,80 | 0,55 |

En ce qui concerne les circompolaires, trois séances d'expériences n'ont montré aucune variation systématique avec la grandeur. L'erreur moyenne accuse un accroissement faible pour les grandeurs 1 à 2, mais très accentué pour les grandeurs au-dessous de la 9e, où sa valeur est doublée et parfois triplée : c'est qu'en effet, à cette limite, on éprouve de la difficulté à voir l'étoile et à juger de l'instant où elle est bissectée.

De l'ensemble des déterminations que je viens de rapporter, ressort avec évidence l'importante conclusion que voici :

*Les variations de l'équation personnelle relatives à la grandeur des étoiles sont de même sens et sensiblement de même ordre pour tous les observateurs*[1].

On doit donc penser que, dans la plupart des catalogues, les différences d'ascension droites d'étoiles de diverses grandeurs sont constamment erronées dans le même sens.

Pour les plus fortes grandeurs, la méthode **E** paraît être moins sensible que la méthode **Œ-O** à cette cause de variation ; l'inverse a lieu pour les étoiles faibles.

La lumière du jour diminue la grandeur des étoiles en moyenne de 3 unités. Les observations de jour et de nuit ne sont donc comparables qu'autant que les étoiles sont ramenées à la même grandeur apparente. C'est pour cette raison, sans

[1] Cette conclusion est confirmée par les recherches récentes, **E**, faites à l'Observatoire de Greenwich (*Monthly Notices*, LI, p. 455, 1891).

doute, sans parler des anomalies régulières de la réfraction, que les différences d'ascension droite paraissent varier suivant la période de l'année où elles sont mesurées[1], les groupes comparés pouvant être observés chacun alternativement le jour et la nuit.

**36.** *Influence de l'éclairement du champ.*

La grandeur focale d'une étoile est toute relative et dépend jusqu'à un certain point de l'éclairement du fond sur lequel se projette son image. Nous venons de voir comment la réduction de grandeur par la lumière diffuse peut influer sur l'équation personnelle; nous avons constaté d'autre part que, en ce qui concerne la méthode **E**, même à grandeur égale, les passages observés le jour exigent en général une correction de $+ 0^s,06$ pour être comparables à ceux qui ont lieu la nuit à la lumière artificielle. Il reste maintenant à rechercher comment varie l'équation personnelle lorsque l'éclairement artificiel du champ est modifié.

Cette recherche n'a été faite que sur les étoiles de 5 à 6e grandeur. L'éclairement maximum *(b)* éteint à peu près les étoiles de 8e grandeur; lorsque l'éclairement est réduit au minimum *(f)*, sans que toutefois les fils cessent d'être nettement visibles, on peut apercevoir facilement les étoiles de grandeur 9,3 de l'échelle d'Argelander.

La différence $\Delta e\,(b-f)$ a été déterminée en juillet 1889 par des observations célestes : on a trouvé :

$$\Delta e\,(b-f) = + 2,7 \pm 0,5 \qquad (59 \text{ étoiles à } 8 : 8 \text{ fils}).$$

L'erreur moyenne par étoile est $\pm 4$.

D'autre part, on a obtenu avec l'appareil à équation (vitesse 1, sens D) :

[1] V. Le Verrier, *Position des étoiles fondamentales en 1755 (Ann. de l'Obs. de Paris*, II, p. 273, 1856).

| | | Œ-O | | E | |
|---|---|---|---|---|---|
| Date | $I$ | $\Delta e$ | $p$ | $\Delta' e$ | $p'$ |
| Sept. 25. . | 5 | + 3,8 | 2,0 | — 1,3 | 1,7 |
| Oct. 3. . | 3,5 | + 4,2 | 1,4 | + 2,1 | 1,2 |
| | | + 4,0 | 3,4 | + 0,1 | 2,9 |

$\dot{E}_0$ et $E'_0$ ne doivent pas excéder $\pm 2$ : les valeurs obtenues auraient donc pour erreur moyenne $\pm 1$ environ.

Enfin, les 29 et 30 janvier 1891, des observations sur le ciel par la méthode **E** ont donné

$$\Delta' e\,(b-f) = 0 \pm 1 \qquad (15 \text{ étoiles}).$$

Il ressort de là que pour des étoiles de 6ᵉ grandeur la variation avec l'éclairement du champ peut être considérée comme nulle dans la méthode **E**. Dans la méthode **Œ-O** elle a au contraire une valeur sensible, que l'on peut prendre égale à $+ 0^s,03$.

De là, pour la méthode **Œ-O**, cette indication pratique appliquée dans le service méridien de l'Observatoire : pour éliminer à peu près sûrement toute variation de l'équation personnelle, il suffit de ramener, par des écrans en réseau, les grandeurs apparentes à être comprises entre la 5ᵉ grandeur et la 7ᵉ, et de régler dans ces limites l'éclairement du champ suivant la grandeur.

**36.** *Etoiles doubles.*

Il y a grand intérêt à connaître les mouvements propres des étoiles doubles, et par conséquent à en déterminer aussi exactement que possible les positions absolues. Or on sait quelle gêne éprouve tout observateur, au moins pour la méthode **Œ-O**, à estimer les passages d'une étoile double dont les deux composantes sont à une distance de moins de 1", et à peu près sur le même parallèle. Les déterminations suivantes fourniront quelques indications sur les erreurs personnelles à craindre dans l'observation de ces couples.

La distance, en ascension droite, est désignée $\Delta\alpha$ ; l'incli-

naison de la ligne des centres sur une horizontale est toujours moindre que 45°. On donne les écarts rapportés à une étoile simple $\Delta e$ ( $\star\, d$ — $\star\, s$), ainsi que le rapport des carrés des erreurs moyennes

$$P = \frac{\varepsilon^2 (\star\, s)}{\varepsilon^2 (\star\, d)}.$$

Il s'agit seulement d'étoiles de 5 à 6e grandeur. Les poids $p$ sont estimés à la façon ordinaire. On distingue respectivement par 1°, 2° ou $c$ les observations se rapportant à la première composante, à la deuxième, ou au centre des deux. Sens D.

TABLEAU XV

| DATE | $I$ | $\frac{1}{v}$ | $\Delta\alpha$ | Pt observé | Œ-O | | | E | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $\Delta e$ | P | $p$ | $\Delta' e$ | P' | $p'$ |
| 90 Sept. 25. | 5 | 0,9 | 0s,8 | 1° | + 3,5 | 0,7 | 2,0 | + 1,9 | 0,8 | 1,6 |
| | | » | 0,7 | 2° | + 17,2 | | 1,8 | + 3,8 | | 1,6 |
| | | » | 0,2 | 1° | + 10,6 | 0,9 | 1,0 | » | » | » |
| | | 1,9 | 1,4 | 1° | — 0,6 | 0,7 | 0,8 | + 2,4 | 1,1 | 0,4 |
| | | 1,9 | 0,4 | 1° | + 7,0 | 0,6 | 0,4 | + 4,9 | 0,9 | 0,4 |
| Oct. 3. | 4 | 0,9 | 0,2 | 1° | + 2,1 | 0,6 | 1,2 | + 4,3 | 1,0 | 1,8 |
| | | » | 0,2 | 2° | + 2,3 | | 1,8 | + 3,7 | | 1,7 |
| | | » | 0,2 | c | + 6,9 | 0,7 | 2,0 | + 4,3 | 0,8 | 2,0 |

Sans chercher à tirer de ce Tableau des conclusions nettes quant à la valeur des variations, on peut cependant remarquer qu'elles présentent constamment le même signe.

Il semble que la variation d'équation lorsqu'on pointe le centre corresponde à celle que produit un changement de grandeur.

Au point de vue de la précision, il est clair que la méthode **Œ-O** se prête moins bien que la méthode **E** à l'observation des étoiles doubles : dans celle-ci, le rapport P des carrés des erreurs est voisin de 1, tandis que dans l'autre il dépasse à peine 0,7.

**37.** *Influence du changement d'œil.*

Il est peu d'observateurs, je crois, qui observent alternativement avec chaque œil. Il est dès lors intéressant de rechercher si l'emploi accidentel de l'œil ordinairement inactif peut entraîner quelques modifications dans les observations. J'observe habituellement de l'œil droit; avec l'œil gauche, je perçois toujours dans le champ une lumière plus intense et plus blanche qu'avec l'œil droit : ce contraste se retrouve d'ailleurs lorsque, en déviant un des globes oculaires, je sépare les deux images d'un même objet bien éclairé.

Voici le résultat des comparaisons $\Delta e$ (*Œ. g.* — *Œ. d.*), vitesse 1, sens D :

| Œ-O | | | | E | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Date | $I$ | $\Delta e$ | $p$ | Date | $I$ | $\Delta' e$ | $p$ |
| 90 Oct. 3. | 3,5 | + 1,3 | 1,4 | Sept. 26. | 4 | — 0,7 | 0,8 |
| — 29. | 5 | + 1,3 | 1,5 | Oct. 29. | 5 | + 0,6 | 1,9 |
| | | + 1,3 | 2,9 | | | + 0,2 | 1,7 |

On peut considérer ce résultat comme négatif.

**38.** *Bords du Soleil et de la Lune.*

Des différences d'équation personnelle ont été souvent mises en évidence dans les observations de chacun des bords du Soleil ou de la Lune. Par exemple, à l'Observatoire de Paris, en 1856, les observations de passages du Soleil, par la méthode Œ-O, recevaient pour chaque observateur les corrections suivantes, calculées en supposant nulle la moyenne des diverses équations personnelles[1] :

| Observateurs. | Bord I. | Bord II. | Centre. |
|---|---|---|---|
| Y.V. | — 1 | + 3 | + 1 |
| B.B. | + 5 | + 8 | + 6 |
| Lp. | — 13 | — 13 | — 13 |
| G. | + 4 | — 1 | + 2 |
| LF. | » | » | + 4 |

[1] *Ann. de l'Obs. de Paris, Observations*, XII, p. 131, 1860.

Pour la Lune, Dunkin rapporte[1] les différences suivantes, tirées des observations électriques faites, de 1863 à 1868, à l'altazimut (A.), et à l'instrument des passages (T. C.) de l'Observatoire de Greenwich.

| Observateurs. | Bord I. | | Bord II. | |
|---|---|---|---|---|
| | A. | T.C. | A. | T.C. |
| D. — E. | + 15 | + 8 | + 8 | + 5 |
| D. — C. | + 5 | — 3 | + 3 | — 3 |
| D. — J.C. | + 25 | + 10 | + 3 | + 1 |

Les observations Œ-O, de 1847-48, montrent entre Dunkin et Breen une différence de — 46 pour le bord I, de — 30 pour le bord II.

A l'Observatoire de Greenwich, chaque observateur emploie une valeur particulière du demi-diamètre du Soleil dans les réductions des passages de cet astre. Voici, en centièmes de seconde de temps, les corrections appliquées en 1888 à la valeur donnée par le *Nautical Almanac*[2].

| Observateurs. . . . | C. | A. D. | T. | L. | H. |
|---|---|---|---|---|---|
| Correction demi-diam. | — 1 | — 5 | — 2 | — 5 | — 4 |

Il est certain que la valeur du diamètre apparent de la Lune ou du Soleil varie avec la grandeur de l'objectif, l'éclairement du ciel, jour ou nuit, l'état de l'atmosphère; le pouvoir absorbant des glaces destinées à éteindre une partie de la lumière; l'interposition des réseaux au-devant de l'objectif, etc. Ces variations ont fait à différentes reprises l'objet des recherches de M. Ch. André[3]. Je ne me préoccuperai pas ici de ces causes de changements étrangères à l'observateur. Je n'ai en vue que la détermination de

[1] *Monthly Notices*, XXIX, p. 267, 1869.

[2] *Greenwich Observations 1888*, p. XXXVII, 1890.

[3] Voir en particulier : I. *Etude de la diffraction dans les instruments d'optique (Ann. de l'Ecole Normale sup.*, 1876). — II. *Comparaison des effets optiques des petits et des grands instruments d'astronomie*, Lyon, 1889.

l'équation personnelle dans les observations de passages d'un disque lumineux comparable à ceux du Soleil et de la Lune, et dont la dimension résulte uniquement de pointés micrométriques sur les bords apparents, tels que l'œil les perçoit.

En général, l'éclairage était produit par la lumière électrique ; cependant on a quelquefois employé la lumière solaire plus ou moins affaiblie; on a parfois recouvert l'objectif d'un réseau en treillis; on a aussi fait usage de verres colorés : mais dans chaque cas, c'est toujours par des pointés micrométriques, faits au moment de l'observation, qu'a été déterminée la position respective des deux bords par rapport aux contacts de l'appareil. On a d'ailleurs pris soin de faire ces pointés avec chaque bord du fil micrométrique, soit avec l'oculaire ordinaire, soit avec l'oculaire à réversion : l'erreur des pointés peut donc être considérée comme très faible.

On a obtenu pour valeurs de l'équation absolue les nombres suivants ($v = 1$). Les poids ont été calculés comme dans le cas d'une étoile.

TABLEAU XVI

| DATE | SENS | $I$ | Œ-O | | | | E | | | | REMARQUES |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Bord I | | Bord II | | Bord I | | Bord II | | |
| | | | $e$ | $p$ | $e$ | $p$ | $e'$ | $p'$ | $e'$ | $p'$ | |
| | | | | | JOUR. | | | | | | |
| 90 Sept. 26. | D | 4 | — 21 | 0,8 | — 14 | 0,8 | — 2 | 0,5 | + 1 | 0,5 | |
| — 26. | D | 4 | — 20 | 0,5 | — 10 | 0,5 | — 2 | 0,5 | + 1 | 0,5 | + 45 |
| — 26. | D | 4 | — 23 | 0,5 | — 16 | 0,5 | + 1 | 0,5 | + 1 | 0,5 | — 45 |
| Oct. 3. | D | 3,5 | — 23 | 1,2 | — 12 | 1,4 | — 2 | 1,2 | — 1 | 1,2 | |
| — 27. | D | 4,5 | — 26 | 0,8 | — 16 | 0,8 | 0 | 0,8 | + 3 | 0,8 | |
| — 27. | D | 4,5 | — 25 | 0,8 | — 20 | 0,8 | — 2 | 0,6 | 0 | 0,6 | Lumière verte |
| — 27. | D | 4,5 | — 21 | 0,8 | — 20 | 0,8 | + 4 | 0,5 | + 1 | 0,5 | — rouge |
| | D | | — 23,1 | 5,4 | — 15,4 | 5,6 | — 0,7 | 4,6 | + 0,7 | 4,6 | |
| Oct. 28. | I | 4 | — 22 | 1,0 | — 17 | 1,0 | + 1 | 1,0 | + 2 | 1,1 | |

| DATE | SENS | I | Œ-O Bord I e | Œ-O Bord I p | Œ-O Bord II e | Œ-O Bord II p | E Bord I e' | E Bord I p' | E Bord II e' | E Bord II p' | REMARQUES |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | NUIT. | | | | | | |
| Sept. 26. | D | 4 | —29 | 0,8 | —13 | 0,8 | —3 | 0,8 | 0 | 0,8 | |
| Oct. 1. | D | 3,5 | —22 | 1,3 | » | » | —5 | 1,5 | » | » | |
| — 2. | D | 4 | —30 | 1,1 | —19 | 1,1 | —2 | 1,2 | +1 | 1,4 | |
| — 27. | D | 3,5 | —20 | 0,7 | —17 | 0,7 | —4 | 0,4 | —2 | 0,4 | |
| — 27. | D | 3,5 | —23 | 0,7 | —18 | 0,7 | +2 | 0,4 | —1 | 0,4 | Lumière verte |
| — 27. | D | 3,5 | —20 | 0,7 | —19 | 0,7 | 0 | 0,4 | —1 | 0,4 | — rouge |
| | D | | —24,2 | 5,5 | —17,3 | 4,0 | —2,5 | 4,7 | —0,2 | 3,4 | |

Il est visible que l'erreur de l'unité de poids n'excède pas celle qu'on a trouvée dans le cas des étoiles. En adoptant :

$$E_0 = \pm 3, \qquad E'_0 = \pm 2,$$

on voit que chaque résultat moyen des deux groupes relatifs au sens D comporte à peu près une erreur de $\pm 1$.

Il ne paraît pas y avoir de différence à établir entre les observations de jour et celles de nuit. Les déterminations faites en sens I, bien qu'insuffisantes, n'indiquent pas non plus de changement notable.

En réunissant toutes les valeurs relatives au sens D, et en comparant les valeurs conclues à celles de l'équation personnelle pour les étoiles équatoriales, on trouve :

| | $\Delta e$ (☉ ou ☾ — ★) Œ-O | E jour | E nuit |
|---|---|---|---|
| Bord I. . | + 6 | + 5 | + 11 |
| Bord II. . | + 14 | + 7 | + 13 |
| $\frac{1}{2}$ (II–I). . | + 4 | + 1 | |

On voit donc que, dans la méthode Œ-O, les observations des deux bords ne sont nullement comparables : l'erreur sur

la valeur du demi-diamètre atteint $0^s,04$. D'ailleurs, les différences d'ascension droite entre le centre du soleil et les étoiles doivent recevoir une correction de $+0^s,10$. Dans la méthode **E**, l'écart entre les corrections relatives aux deux bords est presque nul, mais la correction du temps de passage du centre est de $+0^s,06$ ou $+0^s,12$, suivant que l'observation des étoiles de comparaison a lieu le jour ou la nuit.

Il serait de la plus haute importance de savoir si ces variations de l'équation personnelle ont un caractère de généralité; mais les éléments de comparaison font jusqu'ici défaut.

Quant à l'influence des verres colorés, le peu d'observations obtenues permet seulement de conclure qu'elle est peu sensible. On sait que de nombreuses mesures du diamètre solaire effectuées par M. Auwers, avec l'héliomètre du Cap, ne lui ont révélé aucun changement suivant la couleur du verre absorbant[1].

Il reste à considérer l'erreur moyenne $\varepsilon$ d'un passage. Or, de l'ensemble des observations, on a déduit :

| | $I$ | $\varepsilon$ | |
|---|---|---|---|
| | | Œ-O | E |
| | 4,5 | ± 8,1 | ± 4,0 |
| | 3,4 | ± 9,8 | ± 4,8 |
| MOYENNES. | 4 » | ± 8,9 | ± 4,4 |

Ainsi, tandis que la méthode **E** donne ici la même précision qu'avec les étoiles, la méthode **Œ-O** montre un accroissement d'environ $+1,5$ dans la valeur absolue de $\varepsilon$. Nous trouverons plus loin la raison de ce fait en étudiant l'équation décimale[2].

[1] *Ast. Nachr.*, 2935, 1890.

[2] Je crois devoir saisir cette occasion pour indiquer, dans les observations du soleil, une cause d'erreur constante provenant de l'échauffement, durant le passage, des pièces du micromètre. La ligne sans collimation subit un déplacement, qu'il est facile de constater par des observations du Nadir, avant et après le passage du soleil. Or dans notre instrument, cette déviation a toujours lieu dans le même sens; quelle que soit la position de l'instrument, la constante de

*Taches du Soleil.*

L'observation a porté sur le centre d'un petit disque sombre de 3 à 4″ de diamètre. On a trouvé, sens D, $v = 1$ :

| Date | $I$ | $e$ | $p$ | $e'$ | $p'$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 90 Oct. 3. | 3,5 | — 18 | 1,5 | — 1 | 1,5 |
| Oct. 27. | 3,5 | — 16 | 1,2 | + 3 | 1,0 |
| | | — 17 | 2,7 | + 1 | 2,4 |
| $\Delta e$ (Tache—Centre ☉). | | + 3 | | + 2 | |
| $\Delta e$ (Tache— ✱ Nuit). . | | + 13 | | + 12 | |

Chacun de ces résultats présente une erreur moyenne d'à peu près ±2. Ainsi la différence d'équation entre une tache solaire et une étoile atteint de $+0^s,12$ à $+0^s,13$. Il faut remarquer qu'elle est de même sens, mais plus forte que pour une étoile de 1re grandeur ayant sensiblement même diamètre que la tache.

Erreur moyenne d'un passage : $\varepsilon = \pm 8,8$ ; $\varepsilon' = \pm 4,5$.

Pour le précision des observations, on aboutit donc aux mêmes conclusions que dans le cas du Soleil.

**39.** *Pic lunaire.*

A la suite des recherches de M. J. Franz[1] sur la libration

collimation, à l'époque des équinoxes et par ciel clair, change régulièrement de $-0^s,08$ à $-0^s,09$. Si le ciel est couvert d'un réseau de cirrus, ou si l'observation a lieu par réflexion à la surface plus ou moins terne d'un bain de mercure, le déplacement est moindre et parfois négligeable. On a pu se rendre compte que ce déplacement est à peu près proportionnel au temps pendant lequel les rayons solaires tombent dans l'instrument, et par suite, d'après les conditions d'observation de chacun des bords, la déviation est en général de $-0^s,01$ pour le premier bord, de $-0^s,07$ pour le deuxième. On voit que l'erreur porte aussi bien sur la valeur du diamètre que sur l'heure du passage du centre.

Voilà un fait dont il faudrait tenir compte dans la recherche des variations supposées du diamètre solaire.

[1] *Die Konstanten der Physischen-Libration des Mondes...*, Königsberg, 1889.

de la Lune, on a proposé de substituer à l'observation des bords de cet astre celle d'un point central bien défini, le cratère Mösting, dont les *Astronom. Nachrichten* publient régulièrement les coordonnées rapportées au centre de la Lune. Les avantages de cette méthode sont évidents : on élimine l'erreur provenant de l'indétermination du demi-diamètre à employer dans les réductions, indétermination telle que les observations des deux bords peuvent difficilement être rapportées l'une à l'autre. Il resterait toutefois à établir qu'aucune erreur ne résulte de la différence d'aspect que prend le cratère suivant l'âge de la Lune.

Quoi qu'il en soit, voici quelques valeurs de l'équation personnelle se rapportant à un espace circulaire de 3″ environ, détaché sur un fond lumineux par un contour légèrement ombré et reproduisant assez bien l'apparence d'un pic lunaire. Sens D, $v = 1$.

| | | Œ-O | | E | |
|---|---|---|---|---|---|
| Date | $I$ | $e$ | $p$ | $e'$ | $p'$ |
| 90 Oct. 27. | 4,5 | — 19 | 1,2 | 0 | 1,2 |
| Oct. 28. | 4 | — 16 | 1 0 | + 2 | 1,0 |
| | | — 18 | 2,2 | + 1 | 2,2 |
| $\Delta e$ (Pic — ★ Nuit). | | + 12 | | + 14 | |

Avec une incertitude de ± 2

Les variations sont de même ordre que pour une tache solaire.

**40.** *Planètes.*

L'équation personnelle sur les planètes a été étudiée avec une plaque percée de 4 ouvertures de différents diamètres, éclairées approximativement avec la même intensité que la planète Jupiter. Cette plaque portait en outre 3 étoiles (aux deux extrémités et au centre), et on observait successivement chaque objet au même fil. Le Tableau suivant donne les différences d'équation $\Delta e$ (Planète — ★). Sens D, $v = 1$, $I = 3$ ; $n$, nombre de fils ; $d$, diamètre apparent.

TABLEAU XVII

| DATE | $d = 93''$ | | | | $d = 55''$ | | | | $d = 20''$ | | | | $d = 5''$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | I | | II | | I | | II | | I | | II | | CENTRE | |
| | $\Delta e$ | $n$ | $\Delta e$ | $n$ | $\Delta e$ | $n$ | $\Delta e$ | $n$ | $\Delta e$ | $n$ | $\Delta e$ | $n$ | $\Delta e$ | $n$ |
| | | | | | | CE-O | | | | | | | | |
| 90 Sept. 27. | + 5 | 8 | + 16 | 8 | + 5 | 7 | » | » | + 6 | 8 | » | » | + 12 | 8 |
| — 27. | + 2 | 7 | + 15 | 7 | — 4 | 7 | » | » | — 1 | 7 | » | » | + 10 | 7 |
| — 29. | — 3 | 4 | + 16 | 4 | — 1 | 7 | » | » | — 4 | 4 | » | » | + 16 | 4 |
| — 30. | + 2 | 11 | + 14 | 11 | + 1 | 9 | + 12 | 12 | » | » | + 16 | 11 | + 8 | 12 |
| MOYENNES. | + 2 | | + 15 | | 0 | | + 12 | | 0 | | + 16 | | + 11 | |
| | | | | | | E | | | | | | | | |
| Sept. 27. | + 1 | 8 | + 7 | 8 | + 4 | 8 | + 5 | 8 | — 4 | 8 | » | » | + 4 | 8 |
| — 27. | + 6 | 9 | + 12 | 9 | + 2 | 9 | + 9 | 9 | + 3 | 9 | » | » | + 5 | 9 |
| — 29. | — 3 | 5 | + 4 | 5 | + 4 | 4 | + 2 | 4 | 0 | 5 | » | » | + 6 | 4 |
| — 30. | 0 | 8 | + 6 | 8 | + 1 | 8 | + 5 | 8 | + 1 | 7 | + 7 | 8 | + 3 | 7 |
| MOYENNES. | + 2 | | + 8 | | + 3 | | + 6 | | 0 | | + 7 | | + 4 | |

En moyenne, pour les trois plus larges diamètres, on peut adopter respectivement pour chaque bord :

$$\Delta e \ldots + 2 \text{ et } + 15; \qquad \Delta' e \ldots + 2 \text{ et } + 7.$$

Comme pour le Soleil, il y a une différence très sensible entre les observations des deux bords.

Pour la petite planète de 5″ de diamètre, les variations

$$\Delta e = + 11 \quad \text{et} \quad \Delta' e = + 4$$

ont de l'analogie avec celles qui se rapportent aux étoiles de 1re grandeur.

D'autre part, l'ensemble des observations donne comme erreur moyenne du passage d'un bord :

$$\varepsilon = \pm 8{,}3; \qquad \varepsilon' = \pm 5{,}3 \qquad (I = 3).$$

Toujours on retrouve la supériorité de la méthode **E** quant à la précision.

**41.** *Nébuleuses et Comètes.*

Il n'est pas douteux que, pour un même observateur, l'équation personnelle varie grandement suivant qu'il s'agit d'étoiles d'une part, de nébuleuses ou comètes d'autre part. La comparaison des catalogues de nébuleuses formés par divers observateurs met en évidence des écarts systématiques qui s'élèvent à $0^s,3$ ou $0^s,4$, bien que les étoiles de comparaison soient les mêmes des deux côtés. Ainsi les déterminations faites par Schönfeld et Schulz diffèrent entre elles de $0^s,34$ sécδ et les écarts varient d'ailleurs avec la dimension des nébuleuses et leur degré de condensation[1].

Le calcul des éléments des orbites cométaires montre souvent la nécessité de faire subir une correction constante à chaque groupe de déterminations provenant du même observateur. Comme exemple, je me borne à citer les nombres suivants extraits du travail de MM. Schulhof et Bossert sur la comète Pons-Brooks : il s'agit des différences $\Delta\alpha$ entre les positions résultant des éléments provisoires et les positions obtenues à l'observatoire d'Alger par deux astronomes observant au même instrument, la comète étant d'ailleurs rapportée aux mêmes étoiles de comparaison[2].

| Date | T | R | T-R |
|---|---|---|---|
| 1884 | | | |
| Janvier 15 | + 62 | — 25 | + 87 |
| — 26 | + 49 | — 38 | + 87 |
| — 29 | + 161 | + 90 | + 71 |
| — 30 | + 42 | — 21 | + 63 |

Voilà une différence systématique bien établie et atteignant en moyenne près de $0^s,8$.

[1] *Vierteljahrsschrift der A. G.*, X, p. 71, 1875.
[2] *Bulletin astronomique*, III, p. 390; IV, p. 103-4.

Les déterminations absolues de l'équation personnelle ne peuvent donner de résultats précis que dans le cas d'un observateur formé à ce genre d'observations. A titre de renseignements, je vais indiquer les quelques résultats que j'ai obtenus.

*a) Fils noirs sur champ éclairé.*

1° Comète à noyau oblong (3″ sur 7″), brillant, incliné à 45° sur la direction du mouvement; observée en même temps qu'une étoile de 6e grandeur.

| DATE | SENS | $\frac{1}{v}$ | Œ-O | | E | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $\Delta e$ (Com.-★) | $p$ | $\Delta e'$ (Com.-★) | $p'$ |
| Sept. 25. | D | 0,9 | + 5,1 | 2,0 | + 1,4 | 1,7 |
| | D | 0,9 | + 5,5 | 2,0 | + 5,6 | 1,7 |
| | D | 2,0 | + 8,6 | 1,1 | + 5,4 | 0,4 |
| | | | + 6,0 | 5,1 | + 3,3 | 2,8 |

Avec une erreur d'environ ± 1 à la moyenne.

La variation est de l'ordre de celle qui correspond à une étoile brillante.

2° Nébuleuse faible, à légère condensation centrale, 12″ de diamètre; éclairement du champ très faible.

Œ-O. . Oct. 7. D 1,0 $\Delta e$ (Nébul. — ★) = + 8 ± 2

On constate encore une variation positive.

*b) Fils brillants sur champ obscur.*

On observe alternativement une étoile de 9e grandeur et une nébuleuse uniforme de 15″ de diamètre, de très faible intensité: pour apercevoir celle-ci, l'observateur doit rester au moins 1 minute dans une obscurité complète. Elle est produite par diffusion de la lumière d'une étoile artificielle à travers un papier translucide placé à 1 centimètre en avant du trou de mire; la position du centre résulte de pointés sur ce trou après enlèvement de l'écran de papier.

On a obtenu, les 14 et 15 novembre, $I = 4$ :

| $\frac{1}{v}$ | SENS | Œ-O | | | | E | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $e$ | | Nébul. — * | | $e$ | | Nébul. — * | |
| | | * | Nébul. | $\Delta e$ | $p$ | * | Nébul. | $\Delta e$ | $p$ |
| 0,9 | D | — 38 | — 5 | + 33 | 3,6 | — 19 | — 11 | + 7 | 2,4 |
| 1 8 | D | — 14 | + 9 | + 23 | 0,8 | — 18 | — 17 | + 1 | 0,5 |
| 1.8 | I | — 29 | — 10 | + 19 | 0,8 | » | » | » | » |

L'erreur moyenne d'un passage est, pour $\frac{1}{v} = 0,9$ :

Etoile..... $\varepsilon = \pm 11$ ; $\varepsilon' = \pm 7$.
Nébuleuse... $\varepsilon = \pm 20$ ; $\varepsilon' = \pm 25$.

L'erreur de l'unité de poids dépasse sans doute $\pm 6$.

La conclusion à tirer des résultats qu'on vient de lire est que, en général, dans les observations de nébuleuses et comètes, il faut abandonner la méthode des passages et déterminer les différences de coordonnées uniquement par des mesures micrométriques ; il est bien rare qu'il ne se rencontre pas dans le champ quelque étoile suffisamment brillante en même temps que la nébuleuse ou la comète à observer. Ce procédé est régulièrement suivi dans un certain nombre d'observatoires, entre autres ceux de Pulkowa et de Paris (M. Bigourdan); on l'emploie depuis 1883 à Lyon.

**42.** *Influence de l'intervalle des battements du compteur dans la méthode* **Œ-O**.

Quand on examine le Tableau des erreurs moyennes d'un passage, on remarque que ces erreurs croissent beaucoup moins vite que l'inverse de l'espace parcouru en une seconde. Ainsi on a (Tableau II, p. 41) :

| séc. | $\varepsilon$ |
|---|---|
| 1 | $\pm$ 7 |
| 2 | $\pm$ 9 |
| 3 | $\pm$ 11 |

En fait l'observateur n'a guère plus de peine à estimer le dixième de seconde à la vitesse 0,5 qu'à la vitesse 1.

On est dès lors amené à rechercher s'il ne serait pas possible d'améliorer la précision des observations en diminuant l'intervalle à fractionner, par l'emploi d'une unité de temps plus petite que 1 seconde. Qu'on prenne, par exemple, un chronomètre battant la demi-seconde, et qu'on fixe la position de l'étoile à chaque battement, on arrivera à noter en réalité le 20e de seconde, et l'amplitude des écarts accidentels pourra être réduite.

Il faut s'attendre aussi à ce que le changement de rythme du compteur introduise quelque variation dans l'équation.

Voici quelques déterminations absolues faites avec un pendule à interrupteur battant 0s,57, c'est-à-dire à peu près 1 centième de minute. On donne, avec l'équation absolue $e$ et l'écart moyen $\varepsilon$ d'un passage, le rapport

$$P = \frac{\varepsilon^2 (\text{Pd. long})}{\varepsilon^2 (\text{Pd. court})}$$

des carrés des erreurs obtenues dans les mêmes conditions, d'un côté avec le pendule ordinaire, d'autre part avec le pendule court : P indique donc la précision relative du second procédé par rapport au premier.

| DATE | $\frac{1}{v}$ | $I$ | $e$ | N. DE FILS | $\pm \varepsilon$ | P |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | PETIT INSTRUMENT | | | |
| Déc. 4. | 1,0 | 5 | — 12 | 84 | 4,8 | 2,3 |
| | 1,0 | 5 | — 14 | 77 | 5,0 | 2,1 |
| | | | GRAND INSTRUMENT | | | |
| Déc. 12. | 0,9 | 4 | — 10 | 93 | 4,5 | 2,9 |
| — 19. | 1,1 | 4,5 | — 6 | 53 | 4,5 | 2,6 |
| | 2,4 | 4,5 | — 13 | 60 | 7,3 | 1,7 |
| | 4,7 | 4,5 | — 5 | 62 | 13 | 0,7 |

On voit qu'à la vitesse équatoriale, la précision est accrue dans la proportion de 2 ou 3 à 1.

On retrouve donc par le nouveau procédé une précision comparable à celle que donne la méthode **E**. Comme avec cette dernière, il n'y a plus à gagner depuis $\frac{1}{v} = 3$ environ.

L'équation personnelle subit d'autre part une forte variation, que l'on peut estimer à $+ 0^s,18$ ou $+ 0^s,20$. Mais avant de chercher à déterminer ce chiffre, il serait nécessaire qu'une pratique suffisante eût bien fixé l'équation personnelle dans le nouveau mode d'observation.

Ces résultats ont été confirmés par des observations célestes.

Il serait intéressant de savoir si la plupart des observateurs obtiendront l'amélioration que j'indique, et si, d'autre part, ceux qui possèdent une forte équation la verront réduire par l'emploi du pendule court. C'est là une question qui ne manque pas d'importance.

---

# CHAPITRE V

## ÉQUATION DÉCIMALE

**43.** Dans ses recherches sur l'équation personnelle, publiées en 1858, Hartmann eut l'idée de grouper ses déterminations d'après la fraction de seconde notée à chaque passage. Il établit ainsi[1] que son équation comprenait, outre un nombre constant, une partie variable avec le dixième observé et oscillant entre les limites $\pm$ 0$^s$,07.

A peu près à la même époque, Peirce signalait[2] de son côté les irrégularités systématiques qui se manifestent dans l'appréciation des fractions de seconde par la méthode de Bradley. Chaque observateur rapporte mentalement son estime à une échelle particulière (time-scale), plus ou moins fautive; d'où la tendance à noter trop fréquemment certains dixièmes au détriment de certains autres. D'après les recherches de Peirce, c'est principalement parmi les observateurs les plus anciens, — il cite Main et Henry — qu'on rencontre les " time-scales " les plus défectueuses.

Cette question, qui ne manque pourtant pas d'importance, paraissait un peu oubliée, lorsque l'attention fut ramenée sur elle par une note de M. F. Boquet[3]. L'auteur a considéré de

[1] Voy. *Astr. Nachr.*, 1545, p. 139.

[2] *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, IV, p. 197, Boston, 1859.

[3] *Bulletin astronomique*, VI, p. 337, 1889.

longues séries de passages obtenues par trois des astronomes les plus expérimentés de l'Observatoire de Paris, et il a déterminé pour chacun le nombre de fois que chaque dixième a été noté. Il arrive à ces conclusions, qui sont précisément celles de Peirce :

1° Il existe une loi d'évaluation de chaque dixième qui paraît sensiblement constante pour un même observateur ;

2° Cette loi varie d'un observateur à l'autre.

A l'occasion de la note de M. Boquet, je publiai[1] une étude assez complète sur l'*équation décimale*.

En même temps, M. G. Lewitzky, de Charkow, communiquait quelques déterminations le concernant, et rappelait les recherches de Zinger sur cette question[2]. Ces recherches remontent à 1871, elles sont publiées en langue russe et par conséquent peu accessibles.

Enfin plus récemment, M. P. Bruck[3] a fait connaître au même point de vue les résultats tirés de ses observations à l'instrument méridien de Besançon.

Je groupe dans le Tableau suivant quelques-uns des nombres cités par les auteurs précédents, en réservant pour une discussion spéciale ceux qui me concernent.

| | | NOMBRE POUR 1000 D'OBSERVATIONS DU DIXIÈME | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Paris | A. . . . . | 113 | 105 | 193 | 111 | 36 | 44 | 29 | 58 | 185 | 125 |
| | B. . . . . | 250 | 77 | 103 | 61 | 114 | 85 | 47 | 74 | 94 | 95 |
| | C. . . . . | 169 | 78 | 132 | 81 | 50 | 58 | 57 | 113 | 141 | 121 |
| Charkoff | L. . . . . | 137 | 161 | 137 | 98 | 73 | 63 | 52 | 51 | 85 | 143 |
| Besançon B. | 1888. . . | 143 | 77 | 70 | 75 | 71 | 86 | 58 | 108 | 163 | 169 |
| | 1889. . . | 139 | 88 | 88 | 103 | 100 | 115 | 95 | 91 | 85 | 96 |

Il y a là, comme on voit, des irrégularités faites pour

[1] *Bulletin astronomique*, VI, p. 471, 1889.

[2] *Astr. Nachr.*, 2959 et 2981, 1890.

[3] *Bulletin astron.*, VII, p. 413, nov. 1890.

surprendre au premier abord : ainsi A note 193 fois le dixième 2 et seulement 29 fois le dixième 6 ; B attribue le dixième 0 au quart du nombre total de ses évaluations. Il semble ressortir de ce Tableau qu'il y a souvent prédominance du dixième 0 et pénurie des dixièmes 4, 5 et 6. La suite de cette discussion montrera que cette loi n'est pas générale.

Pour bien caractériser l'équation que nous étudions ici, soient $e_d$ l'équation personnelle totale particulière à un dixième $d$, $n_d$ le nombre de fois que ce dixième est noté dans une série de 1000 passages où l'on suppose les dixièmes réels également répartis, $e$ l'équation personnelle affranchie de l'équation décimale, $c$ une valeur constante dans la série d'observations que l'on considère ; on a les relations :

$$e_d = e + c + \varepsilon_d, \qquad \text{d'où} \qquad \varepsilon_d = e_d - (e + c).$$
$$\Sigma n_d = 1000\,; \quad \Sigma n_d e_d = 1000(e+c); \quad \Sigma n_d \varepsilon_d = 0.$$

D'un autre côté, pour calculer l'erreur moyenne $\varepsilon$ d'un passage, on considère les écarts de chaque valeur individuelle avec la moyenne générale. Ces écarts comprennent d'une part l'erreur $\mathrm{E}$ purement fortuite, d'autre part les erreurs $\varepsilon_d$ variables d'un dixième à l'autre et que l'on peut assimiler dans l'ensemble à des écarts accidentels. Envisagée de cette sorte, l'équation décimale a une valeur moyenne définie par la relation

$$\mathrm{E}' = \pm\sqrt{\frac{\Sigma n_d \varepsilon^2_d}{1000}},$$

et on peut écrire :

$$\varepsilon^2 = \mathrm{E}^2 + \mathrm{E}'^2.$$

Ainsi, comme j'ai déjà eu l'occasion de le dire, une manière défectueuse de fractionner la seconde peut donner lieu : 1° à une erreur constante $c$ qui modifie l'équation personnelle proprement dite ; 2° à un écart moyen $\mathrm{E}'$ qui accroît l'erreur accidentelle d'un passage. Mais tandis que $\mathrm{E}'$ est facilement calculable, $c$ ne peut être séparé de $e$.

Il est évident, d'autre part, que $n_d$ n'est pas indépendant de $\varepsilon_d$. Si on fait abstraction de la constante $c$, on doit considérer chaque valeur de $\frac{d}{10} + \varepsilon_d$ comme marquant le centre de l'intervalle dont chaque point répond en moyenne à l'évaluation $d$. Or, on peut concevoir que cet intervalle soit proportionnel à $n_d$ ; on aurait ainsi la relation :

$$\left(\frac{d+1}{10} + \varepsilon_{d+1}\right) - \left(\frac{d}{10} + \varepsilon_d\right) = \frac{1}{2}\,\frac{n_d + n_{d+1}}{1000},$$

d'où
$$\varepsilon_{d+1} = \varepsilon_d + \frac{1}{2}\,\frac{n_d + n_{d+1}}{1000} - 0,1.$$

Chaque correction se déduirait de la précédente, et on déterminerait la valeur initiale $\varepsilon_0$ par la condition

$$\Sigma n_d\, \varepsilon_d = 0.$$

Nous désignerons par $\varepsilon_d^n$ les valeurs ainsi calculées, et nous examinerons dans quelques cas si l'hypothèse précédente est justifiée.

**44.** Puisque l'équation décimale a une valeur particulière pour chaque fraction de seconde, on conçoit qu'elle puisse acquérir une importance spéciale lorsque les temps de passage d'une étoile sous les différents fils du réticule ont lieu au même dixième de seconde, ou à un petit nombre de dixièmes consécutifs. Ce fait se présente nécessairement dans certaines zones célestes lorsque les fils sont équidistants, ou, sans être équidistants, lorsqu'ils sont placés à des distances équatoriales répondant à des nombres entiers de secondes de temps. Or ces dispositions, fâcheuses à notre point de vue, existent dans beaucoup d'instruments. Il y a là une cause assez grave d'erreurs, dont nous avions dû nous préoccuper à l'Observatoire de Lyon, il y a sept ou huit ans.

Jusqu'en 1884, dans notre instrument Eichens, les étoiles voisines des parallèles de $+4°$ et $-4°$ de déclinaison se présentaient à tous les fils exactement au même dixième ; à

0° et ± 6° les dixièmes estimés étaient groupés dans un intervalle de 0ˢ,4. Ainsi dans une zone équatoriale de 12° de largeur, les observations devaient être tout particulièrement affectées par l'équation décimale. Aussi la précision des résultats y a-t-elle été inférieure à celle qui a été atteinte dans les régions voisines, où la répartition des dixièmes était moins exclusive.

En discutant les résultats de 1883-1884, on a, en effet, trouvé pour écarts moyens d'une détermination individuelle d'ascension droite les nombres suivants :

| DÉCLINAISON | ERREUR MOYENNE |
|---|---|
| De — 32° à — 20°. . . . | ± 0ˢ,036 |
| De — 20° à — 8°. . . . | ± 0ˢ,030 |
| De — 8° à + 8°. . . . | ± 0ˢ,039 |
| De + 8° à + 20°. . . . | ± 0ˢ,030 |
| De + 20° à + 32°. . . . | ± 0ˢ,034 |

L'infériorité des observations à proximité de l'équateur est frappante. On voit que l'équation décimale figure dans l'erreur moyenne pour une valeur que l'on peut estimer à

$$\sqrt{0{,}039^2 - 0{,}030^2} = \pm\, 0{,}025.$$

Il est d'ailleurs facile d'obtenir une notion assez exacte de l'erreur propre à chaque dixième, si on considère seulement les valeurs relatives $\varepsilon_d$. Supposons les temps de passage aux divers fils ramenés au fil moyen, et comparons chaque valeur particulière à la moyenne des temps réduits, en opérant seulement sur les étoiles où la répartition régulière des dixièmes laisse supposer une compensation suffisante des erreurs : le Tableau des écarts relatifs à chaque dixième montrera si ces écarts sont simplement accidentels ou s'ils ont une valeur moyenne bien déterminée.

517 passages examinés de cette façon ont conduit, pour la période 1883-84, aux résultats suivants, où les $\varepsilon$ sont exprimées en centièmes de seconde.

| Dixièmes. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\varepsilon_d$ . . . | +3,9 | +1,9 | +1,3 | +0,6 | −2,6 | −2,6 | −3,2 | −2,3 | −0,6 | +3,4 |
| $\varepsilon_d^n$ . . . | +2,9 | +2,0 | +0,9 | −0,6 | −2,3 | −2,9 | −3,0 | −1,5 | +1,6 | +3,2 |
| $n_d$ . . . | 83 | 99 | 79 | 91 | 75 | 112 | 87 | 142 | 120 | 112 |

On voit que du dixième 9 ou 0 au dixième 4 ou 5, $\varepsilon_d$ varie de plus de $0^s,06$.

L'accord des deux séries $\varepsilon_d$ et $\varepsilon_d^n$ paraît fort satisfaisant, surtout si on tient compte de l'erreur probable de chaque valeur.

Les étoiles de la zone défavorable se prêtent aussi à la recherche des corrections systématiques. Toute valeur individuelle de l'ascension droite d'une étoile, comparée à la moyenne de l'ensemble des déterminations (en nombre supposé suffisant), donne un écart que l'on peut exprimer en fonction des erreurs inhérentes aux dixièmes notés dans l'observation correspondante : chaque équation ainsi obtenue ne contient du reste qu'un petit nombre d'inconnues.

Cent équations ont été formées de cette façon et traitées par la méthode des moindres carrés ; mais ce nombre étant insuffisant, l'indétermination pour la plupart des inconnues à été trop grande ( $\pm$ $0^s,03$ ). Toutefois il n'est pas sans intérêt de reproduire les équations normales. Afin de faciliter la comparaison avec une observation à 10 fils, on y remplace par leur valeurs approchées les inconnues dont le coefficient est inférieur à 1, et on ramène à 10 la somme des coefficients. On aura donc l'erreur d'une observation à 10 fils en divisant par 10 le terme tout connu. On donne d'autre part, dans la dernière colonne, entre parenthèses, les valeurs que prennent les premiers membres lorsqu'on y substitue les valeurs $\varepsilon_d$ trouvées ci-dessus.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $3,6\varepsilon_9$ | $+4,3\varepsilon_0$ | $+2,1\varepsilon_0$ | $=+0^s,40$ | $(+0^s,33)$ |
| 1 | $1,4\varepsilon_9+2,6\varepsilon_0$ | $+4,3\varepsilon_1$ | $+1,7\varepsilon_2$ | $=+0,43$ | $(+0,21)$ |
| 2 | $2,9\varepsilon_1$ | $+4,5\varepsilon_2$ | $+2,6\varepsilon_3$ | $=+0,16$ | $(+0,13)$ |
| 3 | $2,2\varepsilon_2$ | $+4,8\varepsilon_3$ | $+3,0\varepsilon_4$ | $=-0,23$ | $(-0,02)$ |
| 4 | $2,8\varepsilon_3$ | $+4,4\varepsilon_4$ | $+2,7\varepsilon_5$ | $=-0,22$ | $(-0,17)$ |
| 5 | $2,2\varepsilon_4$ | $+4,8\varepsilon_5$ | $+3,0\varepsilon_6$ | $=-0,26$ | $(-0,28)$ |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6 | $2,1\varepsilon_5$ | $+4,8\varepsilon_6$ | $+3,1\varepsilon_7$ | $=-0,25$ | $(-0,28)$ |
| 7 | $2,5\varepsilon_6$ | $+5,4\varepsilon_7$ | $+2,1\varepsilon_8$ | $=-0,05$ | $(-0,19)$ |
| 8 | $2,2\varepsilon_7$ | $+5,1\varepsilon_8$ | $+2,7\varepsilon_9$ | $=+0,15$ | $(+0,08)$ |
| 9 | $2,3\varepsilon_8$ | $+5,2\varepsilon_9$ | $+2,5\varepsilon_0$ | $=+0,22$ | $(+0,29)$ |

On voit que les deux séries de déterminations, obtenues par des voies et d'après des observations différentes, ont même allure et contiennent à peu près les mêmes valeurs.

Adoptons comme vraisemblablement plus exactes celles de la seconde série (parenthèses), et désignons-en par $\varepsilon'_d$ la 10e partie : $\varepsilon'_d$ représente ainsi l'influence de l'équation décimale sur la moyenne d'une observation à 10 fils, lorsque les passages ont lieu seulement à 3 ou 4 dixièmes consécutifs. De même les valeurs $\varepsilon_d$, obtenues précédemment, représentent l'erreur analogue dans le cas où le même dixième est noté à tous les fils.

Ces erreurs, systématiques dans la même observation, ont un caractère accidentel dans un ensemble de déterminations relatives à la même étoile. On a comme valeurs moyennes :

$$\sqrt{\frac{\Sigma\varepsilon_d^2}{10}} = \pm\ 0^s,025 \qquad (\delta = \pm\ 4^\circ)$$

$$\sqrt{\frac{\Sigma\varepsilon'^2_d}{10}} = \pm\ 0^s,022 \qquad (\delta = 0 \text{ ou } \pm\ 6^\circ)$$

Or on a trouvé plus haut, par d'autres considérations, que l'erreur qui représente dans la même région du ciel l'équation décimale a pour valeur $\pm\ 0^s,025$ : on voit qu'il y a concordance entre ces nombres.

Au contraire, si l'on considère des observations contenant tous les dixièmes, ou par exemple 5 dixièmes différents, espacés de deux en deux, l'erreur est nulle ou très faible.

On peut donc affirmer que dans les instruments méridiens *la disposition des fils à des intervalles correspondant à des nombres entiers de secondes, peut avoir une influence fâcheuse sur les observations.*

Dès la fin de 1884, un changement du réticule remédia à ce défaut dans notre instrument.

**45.** Je vais examiner maintenant les variations de l'équation décimale avec le temps.

J'indique dans le Tableau suivant, la proportion de chaque dixième trouvée à diverses époques dans mes observations d'étoiles équatoriales.

| NUMÉRO | DATE | NOMBRE POUR 1000 D'OBSERVATIONS DU DIXIÈME | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 1883-84 | 89 | 90 | 92 | 84 | 83 | 115 | 86 | 133 | 119 | 109 |
| 2 | 1886 | 78 | 98 | 118 | 101 | 94 | 77 | 75 | 140 | 124 | 95 |
| 3 | 1889 | 46 | 114 | 135 | 73 | 98 | 110 | 126 | 111 | 97 | 90 |
| 4 | 1890 | 116 | 125 | 94 | 36 | 83 | 89 | 135 | 124 | 96 | 102 |

La série 1 correspond à la période que nous avons examinée plus haut. En faisant le dénombrement des dixièmes, on a laissé de côté toutes les étoiles de la zone défavorable. Cette série ne montre pas de grands écarts, mais il faut remarquer que la première moitié compte seulement 438 observations contre 562 dans la deuxième : cette disproportion témoigne d'erreurs systématiques d'une certaine gravité, que nos recherches précédentes ont effectivement mises en évidence.

Au moment où une meilleure disposition fut donnée au réticule de notre instrument, je m'appliquai pendant quelque temps à fractionner plus exactement la seconde.

D'autre part, à partir du mois de juin 1885, le service méridien comportait l'observation d'un grand nombre de circompolaires, dans la zone 85 à 90° de déclinaison, région où il n'est guère possible d'estimer plus que de la demi-seconde. Cette circonstance a pu influer sur la façon d'observer les étoiles équatoriales, qui n'entraient que pour un sixième environ dans le nombre total des observations. Quoi qu'il en soit, la loi d'évaluation était en 1886 celle qu'indique la

série 2. Elle présente, relativement à la précédente, des changements notables ; chaque moitié notamment comprend à peu près le même nombre de passages.

La série 3 correspond à une période où les observations étaient également réparties dans toutes les régions du ciel ; la diversité des conditions, quant à la vitesse et au sens du déplacement, a pu réagir sur la façon d'observer acquise antérieurement dans des circonstances plus uniformes. En tout cas, dans l'intervalle de 1886 à 1889, l'observateur ne s'est d'aucune manière préoccupé de l'équation décimale. La comparaison des séries 2 et 3 montrent de très importants changements affectant presque tous les dixièmes. C'est pour le dixième 0 que le nombre d'observations s'écarte le plus de la normale.

Les corrections qui se rapportent à la série 3 sont les suivantes :

| Dixièmes. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\varepsilon_d$. . . . | −2,1 | −3,8 | +0,7 | +0,4 | −1,8 | −0,8 | +0,2 | +2,9 | +2,6 | +0,7 |
| $\varepsilon_d^n$. . . . | −1,1 | −3,1 | −0,7 | −0,2 | −1,6 | −1,3 | +0,5 | +2,3 | +2,8 | +2.1 |

Ici encore les deux séries de valeurs concordent suffisamment bien. On peut donc admettre que la formule proposée donne assez exactement l'équation décimale en fonction du nombre d'observations afférent à chaque dixième.

On remarque la tendance à estimer trop fortes les petites fractions voisines de 0, à noter par exemple 0,1 une fraction plus petite que 0,05, ou dans l'autre sens à reporter sur 0,8 une fraction plus grande que 0,85. Cette tendance était tout opposée dans les observations de 1883-84.

Tous les résultats que je viens de rapporter m'étaient connus en octobre 1889. A partir de cette époque, mon attention a été tenue en éveil pendant quelque temps ; mais durant mes recherches sur l'équation personnelle, je me suis assez peu préoccupé du fractionnement de la seconde. La loi d'évaluation du dixième dans mes observations à l'appareil à équation est donnée par la série 4, qui diffère beaucoup de

la précédente : le changement le plus saillant est celui qui concerne le nombre d'observations au dixième 0, 116 au lieu de 45; par contre, il y a déficit de 64 pour 100 au dixième 3.

Il ressort de cet exposé que l'équation décimale peut varier assez facilement. J'ai cité (p. 102) deux séries d'observations de M. Bruck : l'amélioration considérable dont témoigne la deuxième résulte uniquement d'un effort soutenu d'attention, l'observateur n'ayant aucune indication sur l'allure de ses observations antérieures.

Ainsi, pour un observateur non prévenu et relativement à des étoiles de même déclinaison, l'équation décimale peut varier avec le temps sous l'influence de certaines circonstances, telles, par exemple, qu'un changement dans le plan général des observations.

Il suffit que l'attention de l'observateur soit appelée sur cette erreur pour qu'aussitôt la loi d'évaluation du dixième soit modifiée en ses points les plus défectueux.

On peut déduire des nombres proportionnels $n_d$ une valeur assez exacte des corrections décimales $\varepsilon_d$.

**46.** L'étude des passages artificiels va maintenant nous fournir des indications sur les changements qui tiennent à la vitesse de l'astre, au sens de son déplacement apparent et à sa forme.

On a déterminé, dans chacun des cas envisagés, l'équation personnelle relative à l'estime de chaque dixième : la comparaison des valeurs particulières à la moyenne de l'ensemble a donné les valeurs de $\varepsilon_d$ représentant l'équation décimale privée de sa partie constante. En même temps, on a calculé les nombres proportionnels $n_d$.

Voici les résultats obtenus : on indique par N le nombre de passages examinés dans chaque cas ; l'unité est toujours $0^s,01$.

| DIXIÈMES | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | $\frac{E'}{N}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **PETIT INSTRUMENT.** | | | | | | | | | | | |
| 1. Etoiles de 6e grandeur ; $\frac{1}{v} = 1$, sens direct. | | | | | | | | | | | |
| $\varepsilon_d$ | − 2,5 | + 3,0 | + 1,0 | + 0,7 | − 1,1 | − 3,9 | + 5,5 | + 0,8 | + 0,8 | + 0,3 | ± 2,7 |
| $n_d$ | 97 | 134 | 73 | 75 | 82 | 113 | 121 | 109 | 73 | 123 | 440 |
| **GRAND INSTRUMENT.** | | | | | | | | | | | |
| 2. Etoiles de 6e grandeur ; $\frac{1}{v} = 0,9$ à 1,3, sens direct. | | | | | | | | | | | |
| $\varepsilon_d$ | + 1,7 | + 3,2 | + 2,4 | + 3,1 | − 4,3 | − 3,7 | − 3,3 | + 1,3 | − 0,3 | + 0,8 | ± 2,9 |
| $n_d$ | 116 | 125 | 94 | 36 | 83 | 89 | 135 | 124 | 96 | 102 | 700 |
| 3. Etoiles de 6e grandeur ; $\frac{1}{v} = 0,9$ à 1,3, sens inverse. | | | | | | | | | | | |
| $\varepsilon$ | + 5,4 | + 6,5 | + 1,4 | − 4,3 | − 3,3 | − 4,8 | − 3,4 | − 4,1 | + 1,9 | + 3,8 | ± 4,0 |
| $n_d$ | 111 | 92 | 48 | 45 | 87 | 122 | 139 | 104 | 113 | 139 | 380 |
| 4. Etoiles de 6e grandeur ; $\frac{1}{v} = 1,8$ à 2,3, sens direct. | | | | | | | | | | | |
| $\varepsilon_d$ | + 0,6 | + 1,4 | + 3,4 | 0,0 | − 2,8 | − 3,1 | − 4,4 | + 0,7 | + 3,5 | + 1,5 | ± 2,6 |
| $n_d$ | 97 | 158 | 88 | 55 | 60 | 123 | 121 | 110 | 75 | 113 | 500 |
| 5. Etoiles de 1re et 2e grandeur ; $\frac{1}{v} = 1$, sens direct. | | | | | | | | | | | |
| $\varepsilon_d$ | + 6,6 | + 7,6 | + 1,9 | − 3,1 | − 6,6 | − 6,3 | − 6,8 | + 4,1 | + 5,7 | + 2,1 | ± 5,3 |
| $n_d$ | 68 | 34 | 59 | 59 | 118 | 94 | 136 | 170 | 110 | 152 | 120 |
| 6. Soleil, bord I ; $\frac{1}{v} = 1$, sens direct. | | | | | | | | | | | |
| $\varepsilon_d$ | + 8,6 | + 6,6 | + 4,8 | + 0,5 | − 1,1 | − 7,9 | − 8,1 | − 7,7 | 0,0 | + 5,3 | ± 5,8 |
| $n_d$ | 93 | 83 | 80 | 69 | 66 | 73 | 87 | 135 | 184 | 130 | 290 |
| 7. Soleil, bord II ; $\frac{1}{v} = 1$, sens direct. | | | | | | | | | | | |
| $\varepsilon_d$ | + 2,7 | + 7,0 | + 6,8 | + 5,2 | + 0,7 | − 1,7 | − 5,6 | − 6,1 | − 7,5 | − 0,9 | ± 4,7 |
| $n_d$ | 171 | 111 | 66 | 60 | 45 | 121 | 70 | 80 | 100 | 176 | 200 |
| 8. Pendule battant 0s,57 ; Etoiles de 6e grand., $\frac{1}{v} = 1$, sens direct. | | | | | | | | | | | |
| *$\varepsilon_d^c$ | − 3,2 | + 2,8 | + 4,1 | + 3,2 | + 4,8 | − 3,5 | − 6,6 | + 0,5 | + 0,3 | − 0,6 | ± 3,3 |
| $\varepsilon_d$ | − 1,8 | + 1,6 | + 2,3 | + 1,8 | + 2,7 | − 2,0 | − 3,7 | + 0,3 | + 0,2 | − 0,3 | ± 1,9 |
| $n_d$ | 113 | 171 | 101 | 57 | 61 | 93 | 110 | 97 | 93 | 105 | 250 |

* Le centième d'une oscillation étant pris pour unité.

Le nombre des observations est parfois insuffisant et les valeurs de $n_d$ présentent une assez grande incertitude, dans le cas des étoiles de première grandeur par exemple; d'autant plus qu'une égale répartition des dixièmes réels est moins probable ici que dans les séries d'observations sur le ciel[1]. Malgré ces réserves, la lecture de ce Tableau donne lieu à des remarques intéressantes, que nous baserons surtout sur l'examen des erreurs.

1° Les séries 1 et 2, petit et grand instrument, présentent entre elles des divergences notables, aux dixièmes 0 et 6 principalement. Dans la 1re série, les valeurs de $\varepsilon_d$ présentent entre les dixièmes 6 et 7, une sorte de solution de continuité qui n'existe pas dans la 2e; mais celle-ci montre un changement brusque, de sens inverse au précédent, dans l'intervalle des dixièmes 3 et 4. C'est probablement à la différence d'épaisseur angulaire des fils ($0^s$, 20 et $0^s$,08), qu'il faut attribuer ces changements.

2° Le rapprochement des séries 2 et 3 indique des variations importantes dues au changement de sens : à noter particulièrement l'accroissement de l'erreur relative aux dixièmes 9, 0 et 1. Mais nous avons trouvé (p. 69), que la variation de l'équation personnelle, du sens direct au sens inverse, atteint $+0^s$,05, dans la méthode **Œ-O**, tandis qu'elle est nulle dans la méthode **E**. Si nous retranchons 5,0 à chacune des valeurs de la série 3, nous voyons que les valeurs se rapportant aux dixièmes voisins de 0 se rapprochent après cette correction de celles qui leur correspondent dans la série 2. Or il paraît logique d'admettre que, près du fil, le mode d'estime est peu affecté par le changement de sens et que la modification a lieu principalement dans le cas où la fraction à apprécier se rapproche d'une demi-seconde. Il est par conséquent très probable que le changement de l'équation personnelle dans le cas qui nous occupe est corrélatif d'un changement dans la constante de l'équation décimale.

[1] C'est pour cette raison qu'on n'a pas cru devoir calculer les $\varepsilon_d^n$.

Remarquons d'ailleurs que la valeur moyenne E′ est sensiblement plus forte dans la série 3 que dans la série 1 ; il en résulte que l'erreur moyenne d'un passage doit être un peu plus forte en sens inverse qu'en sens direct : c'est en effet ce qui a été constaté (p. 40).

3° Lorsque la vitesse est réduite de moitié (série 4), les valeurs de $\varepsilon_d$ aussi bien que celles de $n_d$ conservent à peu près la même allure qu'à la vitesse équatoriale. L'écart moyen E′, loin d'augmenter, paraît plutôt diminuer. Si l'on remarque qu'au contraire l'erreur accidentelle principale E croît lorsque la vitesse diminue, on est conduit à admettre que l'influence de l'équation décimale sur l'erreur moyenne d'un passage tend à s'annuler lorsque la déclinaison augmente.

4° Avec les étoiles de première grandeur (petits disques de 3 à 4″ de diamètre), le changement est complet. Il faut remarquer surtout l'accroissement de l'écart moyen, qui atteint ici $\pm 5,3$.

On peut faire la vérification suivante. A la vitesse équatoriale, nous avons trouvé (p. 47), dans le cas d'étoiles de 6e grandeur,

$$\varepsilon^2 = \overline{7,3}^2.$$

La série 2 nous donne d'autre part

$$E'^2 = \overline{2,9}^2.$$

De la relation $\varepsilon^2 = E^2 + E'^2$, nous tirons

$$E^2 = \overline{6,7}^2.$$

En partant de cette valeur nous obtenons

$$\varepsilon^2\,(1^e\ \text{gr.}) = \overline{6,7}^2 + \overline{5,3}^2 = \overline{8,5}^2.$$

d'où

$$\frac{\varepsilon^2\ (6^e\ \text{gr.})}{\varepsilon^2\ (1^e\ \text{gr.})} = 0,73.$$

Or nous avons trouvé directement (p. 84) 0,71 comme valeur du même rapport : la concordance est complète.

On sait d'autre part que la variation de l'équation personnelle relative aux étoiles de 1e grandeur est plus forte dans

la méthode **Œ–O** que dans la méthode **E** : on est donc en droit d'admettre qu'une partie de cette variation provient d'un changement de la constante décimale.

Dans le cas que nous examinons, l'exagération de l'équation décimale tient sans doute à la difficulté qu'éprouve l'observateur à comparer la position du fil au centre de l'image : il est probable que l'observation est avant le passage rapportée à un point différent du centre, et qui n'est plus le même dans l'évaluation de la fraction complémentaire, après le passage.

5° Si nous examinons maintenant les séries 6 et 7 relatives au Soleil, nous voyons que les nombres $n_d$, tout aussi bien que les valeurs $\varepsilon_d$, diffèrent beaucoup entre le bord I et le bord II. Ce fait n'a rien d'étonnant, car pour le premier bord la fraction à estimer correspond à un intervalle relativement obscur, tandis que la fraction complémentaire est mesurée sur un espace brillant : on juge mal du rapport de ces deux intervalles si inégalement éclairés. Pour le bord II, les intervalles à estimer se présentent en sens inverse. On doit donc s'attendre non seulement à une modification dans l'allure des $\varepsilon_d$, mais aussi à un changement de constante : on a en effet trouvé (p. 91) que la différence d'équation personnelle du bord I au bord II est de $0^s,08$, tandis qu'elle ne dépasse pas $0^s,02$ par la méthode électrique.

Les fortes valeurs de l'écart moyen indiquent aussi que la précision des observations doit être beaucoup moindre pour le Soleil que pour les étoiles de grandeur normale ; c'est en effet ce que nous avons constaté (p. 92).

A remarquer une certaine analogie entre la série 6 relative au premier bord du Soleil et la série 5 relative aux grosses étoiles.

6° La série 8, qui concerne l'emploi du pendule court, montre que les valeurs $\varepsilon_d^c$ rapportées à une oscillation de $0^s,57$ comme unité, sont comparables à celles que donnent les observations faites avec le pendule à seconde. Mais en considérant les valeurs $\varepsilon_d$, exprimées en fractions de seconde, on

trouve que la valeur de l'écart moyen ne dépasse pas $\pm$ 1,9, tandis que dans les mêmes conditions la méthode ordinaire conduit à une valeur de $\pm$ 2,9. L'emploi d'un pendule court atténue donc l'équation décimale.

Ainsi donc,

Parmi les circonstances qui peuvent faire varier l'équation décimale, il faut noter : la grandeur de l'instrument, le sens du déplacement, la forme apparente de l'astre, et, à un degré moindre, la vitesse.

C'est en grande partie à l'équation décimale qu'il faut rapporter l'accroissement de l'erreur moyenne dans les passages des grosses étoiles, des bords solaires, etc.

Les variations de l'équation personnelle avec le sens du déplacement, ou avec le bord observé dans les passages des astres à disque apparent, correspondent probablement à un changement dans la constante de l'équation décimale.

En réduisant à $0^s,5$ ou $0^s,6$ l'intervalle entre les battements du compteur, on atténue l'équation décimale dans la même proportion.

**47.** En dehors de toute hypothèse sur l'origine de l'équation personnelle, on peut trouver à l'équation décimale un certain nombre de causes.

1° Lorsqu'il s'agit de fractionner un intervalle limité par des points fixes, l'observateur rapporte son estime, ainsi que le dit Peirce, à une *échelle* qui lui est propre, et qui peut être plus ou moins incorrecte. Voici, par exemple, les constatations que j'ai pu faire sur deux observateurs non prévenus, qui ont bien voulu noter en dixièmes les fractions que je leur indiquais, à 2 mètres de distance, sur une règle de $0^m,1$. L. C. note 0,2 pour 0,13, 0,3 pour 0,23, 0,4 pour 0,32 et reporte sur 0,4 la fraction 0,45 : il y a accumulation sur le dixième 4. M. L. met ordinairement 0,8 pour 0,87, 0,7 pour 0,76 et 0,6 pour 0,66, tandis que 0,55 est estimé 6 : il y a trop d'observations sur le dixième 6.

Ces erreurs d'appréciation doivent être attribuées à un défaut d'éducation, d'où résulte l'habitude de juger à première vue deux grandeurs dans un rapport autre que celui qu'un peu d'attention nous montre entre elles : ainsi, en typographie, la partie supérieure et la partie inférieure des 8888 nous paraissent au premier abord sensiblement égales ; si on renverse la page, la différence entre les deux boucles saute aux yeux.

Cependant il faut tenir compte de l'astimagtisme de l'œil, qui peut nous faire juger inégales les deux parties d'un intervalle dont le milieu est cependant marqué exactement. C'est par cette considération que M. Wolf explique le changement de son équation avec le sens du déplacement [1].

Mais je me suis assuré sur diverses personnes que cette erreur d'estime n'est pas en moyenne supérieure à un centième de l'intervalle à partager.

2° Dans l'observation des passages, l'opération qui consiste à subdiviser l'intervalle parcouru par l'étoile en une seconde se complique de cette autre : la limitation de la distance à fractionner. Or cette dernière opération est sujette à certaines erreurs. Par exemple, lorsque à la seconde ronde l'étoile tombe près du fil, il peut en résulter une certaine gêne qui amène l'observateur à anticiper ou retarder, à cet instant, le battement intérieur auquel il rapporte la position de l'astre : tel est peut-être le cas de l'observateur B, cité au commencement de ce chapitre, qui note 250 fois sur 1000 le dixième 0.

D'autre part, l'astronome, pressé d'inscrire l'observation sur son carnet, peut être entraîné à pointer systématiquement trop tôt la position correspondant à la seconde entière qui suit le passage : c'est une tendance que j'ai cru constater à certaine époque sur moi-même. Dans ce cas, les derniers dixièmes sont erronés par excès.

3° L'évaluation de la fraction devrait toujours se faire par

[1] *Loc. cit.*, p. 174.

comparaison de l'intervalle qui précède le fil à celui qui le suit. Cependant les petites fractions 0,1, 0,2 et parfois 0,3, comme aussi les fractions complémentaires de même valeur, sont très souvent estimées d'une façon absolue ; le terme de comparaison n'existe plus que dans la mémoire, mal déterminé d'ailleurs par suite des changements de vitesse. En général, cette manière de procéder aura pour résultat de faire noter, par exemple, 2 pour 3, 3 pour 4, ou dans l'autre sens, 8 pour 7, 7 pour 6 ; par suite il y aura pénurie des dixièmes moyens. C'est en effet la tendance qu'indiquent la plupart des résultats que j'ai cités.

**48.** Les conclusions pratiques qui se dégagent de cette étude peuvent se résumer en quelques mots :

Proscrire des instruments méridiens la disposition des fils à des intervalles pouvant amener la répétition du même dixième ;

Suivre encore l'étoile une ou deux secondes après son passage, et toujours comparer la fraction à estimer à la fraction complémentaire ;

De temps à autre, porter spécialement l'attention sur le mode de fractionnement de la seconde.

Moyennant ces précautions l'équation décimale, constante à part, pourra être considérée comme sensiblement négligeable.

La constante de l'équation décimale ne pouvant être obtenue isolément, il est difficile d'indiquer entre quelles limites elle peut varier ; ici, on est réduit aux conjectures. On peut toutefois admettre que le changement d'équation personnelle du sens direct au sens inverse ne dépasse guère $0^s,10$ : en attribuant ce changement à la constante considérée, on serait amené à la limiter entre $+ 0^s,05$ et $- 0^s,05$.

L'erreur que nous venons d'étudier n'existe pas dans la méthode électrique : c'est une supériorité sur laquelle Peirce n'avait pas manqué d'insister.

Toutefois les expériences de M. Leitzmann[1] tendraient à mettre en évidence un effet de perturbation dans l'enregistrement électrique, par la gêne que cause à l'observateur le bruit régulier du compteur ou du chronographe.

Je n'ai pas trouvé de perturbation de cette sorte dans mes observations. J'ai seulement constaté qu'il y a grande difficulté à observer le même passage simultanément par les deux méthodes, surtout lorsque l'étoile arrive sous le fil à l'instant d'un battement: l'observation électrique est dans ce cas presque toujours erronée.

[1] V. *Bulletin Astr.*, V, 436, 1888.

# CHAPITRE VI

## ORIGINE DE L'ÉQUATION PERSONNELLE

**49.** En même temps qu'il signalait l'existence des équations personnelles, Bessel en indiquait la cause :

« La différence des estimes se comprendra, dit-il, si l'on admet que les impressions sur l'œil et sur l'oreille ne peuvent être comparées l'une à l'autre au même moment, et que deux observateurs emploient des temps différents pour superposer l'une de ces impressions à l'autre. La différence sera plus grande encore, si les deux observateurs suivent une marche différente, l'un passant de la vue à l'audition, l'autre de l'audition à la vue. Que des méthodes différentes d'observation puissent modifier cette différence, cela n'a rien de surprenant, si l'on regarde comme vraisemblable qu'une impression sur l'un des deux sens seulement est perçue au moment ou presque au moment où elle est produite, et que c'est l'arrivée d'une seconde sensation qui apporte une perturbation, variable suivant la nature de cette dernière sensation[1]. »

M. Faye a repris cette explication en la présentant sous une forme saisissante[2].

[1] D'après M. Wolf, *Ann. de l'Obs. de Paris*, Mém., VIII, p. 186.

[2] *Comptes rendus des séances de l'Acad. des sciences*, LIX, p. 475, 1864.

« Imaginez que l'esprit soit un œil placé dans l'intérieur du cerveau, un œil attentif aux modifications que chaque sensation détermine dans les filets nerveux qui y aboutissent. Si les sensations de même nature se produisent en un même point, cet œil intérieur jugera aisément si elles sont successives ou simultanées ; mais si elles proviennent de sens différents dont les nerfs aboutissent à des régions différentes du cerveau, l'œil intérieur aura besoin de se mouvoir pour passer d'une région à l'autre, et le temps ainsi employé ne sera pas perçu ; des sensations séparées par un intervalle très réel seront notées à faux comme simultanées. Le temps perdu, le temps ainsi employé à aller d'une sensation à l'autre peut s'élever à plus d'une seconde ; il variera d'ailleurs d'un individu à l'autre, selon la rapidité avec laquelle son œil interne se meut pour contempler successivement les touches de ce clavier prodigieusement complexe qu'on nomme le cerveau.

« Je n'ai pas besoin de dire que je n'attache aucune réalité à cette comparaison ; notre esprit n'est pas un œil intérieur. Toujours est-il que la nécessité de comparer deux sensations d'origine différente condamne l'esprit à un travail bien singulier, puisqu'il emploie un temps si considérable à établir une communication entre des filets nerveux différents. Cette besogne est d'ailleurs très fatigante, tandis que la comparaison de sensations de même origine ne l'est pas ou l'est beaucoup moins. »

**50.** M. C. Wolf a fait entrer cette question dans une voie nouvelle[1].

Il distingue dans l'équation personnelle deux parties : l'une qui est purement du domaine de la physiologie, l'autre qui représente la durée d'une opération psychologique ; celle-ci susceptible d'élimination par une éducation appropriée, celle-là absolument nécessaire.

Au début de ses recherches, M. Wolf avait une équation

[1] *Loc. cit.*, p. 187 et suiv.

de $+0^s,30$. Prévenu, il n'eut pas de peine à reconnaître dans son estime cette sorte de temps mort dont parle M. Faye. Mais involontairement un travail d'exercice se fit en lui, et en deux ou trois mois son équation tomba à $+0^s,11$. Dès lors elle se fixa à ce point et resta constante tant que durérent les expériences.

Ainsi réduite, cette équation provenait-elle, suivant l'opinion reçue, d'un défaut de coordination entre deux perceptions arrivant par des organes différents? Si oui, elle devait probablement changer avec la nature des sensations, ou disparaître dans la superposition de deux perceptions arrivant par la même voie. Après avoir supprimé toute espèce de battement auditible, M. Wolf se fit donner la seconde par de légères commotions dans les doigts : son équation resta la même. Il fit ensuite marquer la seconde en produisant dans le champ de la lunette un éclair instantané au moyen d'une bobine d'induction ou d'un petit tube de Gessler placé devant l'objectif : à $0^s,01$ ou $0^s,02$ près, il n'y eut pas de changement.

De ces expériences M. Wolf conclut que :

« Si la cause indiquée par Besssel et par M. Faye peut être admise pour l'explication des fortes équations personnelles, comme elle peut expliquer l'erreur des personnes qui, par défaut d'éducation musicale, ne peuvent suivre le rythme d'un morceau, il me semble impossible de continuer à l'admettre pour expliquer l'équation personnelle dont l'éducation ne nous affranchit pas. »

Et le savant astronome en recherche la cause :

« J'examinerai d'abord le cas le plus simple, celui où le même sens, la vue, perçoit à la fois l'étoile en mouvement et la seconde.

« Ma correction personnelle est positive dans ce cas comme dans les autres..... Si au moment où la seconde est perçue, je pouvais pointer dans le champ de la lunette la position vraie occupée par l'étoile, cette position serait toujours en arrière de celle à laquelle je rapporte l'étoile d'une quantité équiva-

lente en temps à ma correction personnelle. Or, il m'a été facile de m'assurer qu'il en est réellement ainsi.

« Supposons devant la lunette une plaque de mire percée de trois trous très petits, situés sur une même verticale et très rapprochés. Si nous éclairons le trou du milieu d'une manière continue et les deux autres à des intervalles quelconques, de seconde en seconde par exemple, par une lumière instantanée, comme une étincelle d'induction, les trois trous paraîtront exactement en ligne droite tant que la mire restera au repos. Mais vient-on à faire mouvoir celle-ci d'un mouvement horizontal, au moment de l'illumination des trous extrêmes, ceux-ci paraissent déplacés par rapport au trou du milieu, et constamment en retard, eu égard au sens du mouvement. Ce déplacement est d'autant plus grand que le mouvement est plus rapide.

« Si dans cette expérience, l'apparition des étincelles a lieu à des intervalles de temps irréguliers,..... l'image de l'étoile apparaît toujours parfaitement nette et sans déformation en avant des images des étincelles.

« Mais si le retour périodique des étincelles est parfaitement rythmé, de façon que l'œil soit toujours prévenu du moment où elles vont éclater et de la position où elles apparaîtront, le phénomène est un peu différent. L'image de l'étoile, toujours déviée en avant dans le sens du mouvement et *de la même quantité que précédemment*, se prolonge en arrière par une sorte de queue qui se termine exactement sur la ligne de deux étncelles, de sorte que l'œil la voit à la fois dans toutes les positions comprises entre ces deux limites.

« Enfin si, au moyen d'un écran fixe, l'image continue disparaît au moment même où éclatent les deux étincelles, toute déviation est détruite, et les trois points, au moment de leur disparition simultanée, sont exactement en ligne droite.

« Ces expériences me semblent contenir tous les faits relatifs à l'équation personnelle dans le cas où la seconde est perçue par la vue, et en donner l'explication. La dernière

nous montre d'abord que la déviation de l'étoile est une illusion pure. La première représente, à fort peu près, le phénomène invoqué par M. Faye pour expliquer l'erreur ordinaire d'estime. Au moment imprévu où éclatent les étincelles, l'œil surpris par leur apparition porte sur elles toute son attention, cesse de voir l'étoile qui continue son mouvement et ne revient à celle-ci que lorsque les étincelles ont disparu. L'étoile a donc marché et paraît en avant d'une quantité *équivalente au temps pendant lequel persiste l'impression lumineuse des deux étincelles*. Il y a donc bien, entre le moment où la seconde est perçue, et le moment où l'œil pointe la position de l'étoile, un temps perdu; mais au lieu d'attribuer, avec M. Faye, à ce temps perdu une cause purement psychologique, je lui trouve une origine physiologique et une valeur physiologiquement déterminée. L'erreur commise dans l'appréciation de la position de l'étoile est égale à la durée de la persistance de l'impression lumineuse.

« Mais ce cas, je l'ai dit, n'est pas réellement celui d'un observateur exercé qui perçoit la sensation d'une seconde parfaitement rythmée. Il faut donc arriver à la seconde expérience. Cette fois, l'œil, prévenu du moment de l'apparition des étincelles, ne cesse pas de voir l'étoile, et à l'instant de l'explosion, il la voit sur la ligne des étincelles. Mais il continue à voir celles-ci pendant un certain temps, pendant lequel l'étoile marche et atteint la même position que précédemment à l'instant de la disparition des étincelles. Ainsi l'œil voit à la fois l'étoile dans toutes les positions comprises entre les deux extrêmes que je viens de définir. Pour lui, ces positions sont simultanées ; leur parcours correspond donc à un espace de temps *indivisible*. Et par conséquent l'observateur pourra rapporter la position de l'étoile, au moment où les étincelles ont éclaté, à l'un quelconque des points de ce parcours.

« Mais il faut remarquer, en outre, qu'au moment où il commence à apercevoir les étincelles, l'œil a encore la sensation de toutes les positions précédemment occupées par

l'étoile pendant un intervalle correspondant aussi à la durée de la persistance de l'impression lumineuse. L'observateur pourrait donc aussi rapporter la position de l'étoile au moment où il perçoit la seconde à l'un quelconque des points de ce parcours antérieur.

« Je conclurai donc de cette analyse que la correction personnelle d'un observateur qui perçoit par la vue une seconde exactement rythmée est nécessairement comprise entre deux limites, qui sont la durée de la persistance de l'impression lumineuse prise positivement ou négativement. »

**51.** Cette longue citation était nécessaire pour bien faire comprendre les expériences que M. Wolf considère comme capitales et surtout pour montrer la façon dont il en tire l'explication de son équation personnelle.

Cette explication convient seulement, jusqu'ici, au cas où la seconde est *vue;* il s'agit de passer au cas où la seconde est *entendue.*

M. Wolf remarque d'abord que, d'après ses expériences, son équation ne change pas quel que soit le mode de perception de la seconde; que, d'autre part, la durée de la sensation auditive étant moindre que $0^s,01$, elle ne peut faire varier l'équation que de quantités inférieures à celles que nous mesurons: on sait, en effet, que l'oreille peut saisir à $0^s,01$ près l'instant de la coïncidence des battements de deux chronomètres. Il en résulte que la cause reste dans tous les cas la même.

Ici je laisse parler M. Wolf:

« Au moment précis où la seconde est perçue, soit par l'ouïe, soit par le toucher, l'œil voit l'étoile, non seulement dans la position qu'elle occupe réellement, mais encore dans toutes les positions occupées précédemment pendant un temps égal à la durée de l'impression lumineuse. En outre, l'impression reçue par l'œil à ce moment va persister encore pendant un second intervalle de temps égal au premier, et

pendant lequel l'étoile parcourra toutes les positions symétriques des premières. D'ailleurs, *pour l'œil*, chacun de ces intervalles correspond à un espace de temps indivisible.

« L'observateur pourra donc rapporter la position de l'étoile, au moment où la seconde est perçue par lui, à l'un quelconque des points compris entre les limites que je viens de poser. De là cet énoncé :

« *La correction personnelle, dans l'estime des passages par l'œil et par l'oreille, est comprise entre deux limites qui sont toutes deux égales à la durée de l'impression lumineuse prise positivement et négativement.* »

M. Wolf a déterminé, à l'aide d'un miroir tournant, la durée de la persistance de l'impression lumineuse dans les conditions ordinaires d'observation.

La mire lumineuse étant fixe et la lunette immobile, il trouve que l'œil devient incapable de sentir la discontinuité d'impressions qui se succèdent en un même point à $0^s,05$ d'intervalle.

Mais si on imprime à la lunette un léger déplacement, les impressions successives viennent se faire en des points différents de la rétine ; la sensibilité n'étant pas émoussée par des ébranlements antérieurs, la persistance est plus considérable et alors l'observateur voit à la fois deux et trois images du point lumineux. On constate dans ce cas que l'on peut voir deux images simultanées tant que l'intervalle des émissions est au-dessous de $0^s,16$.

L'explication proposée pour une équation de $0^s,10$ à $0^s,12$ ne serait donc pas incompatible avec les valeurs obtenues pour la durée de l'impression lumineuse.

**52.** Telles sont les vues de M. Wolf. Elles ne paraissent pas avoir prévalu.

C'est toujours dans un défaut de coordination entre deux perceptions différentes que M. Langley voit la cause principale des équations personnelles. « Le cerveau humain et les nerfs, et derrière eux la volonté avec ses insondables

modes d'agir, forment un anneau inévitable dans la chaîne de l'appareil d'observation, et l'erreur à craindre ici peut être énormément supérieure à celle qui est produite par le reste de l'appareil[1]. »

Plus loin, l'éminent physicien s'exprime ainsi :

« Quand on observe quelque objet en mouvement, il se produit des faits bien connus :

« 1° Le système optique de l'œil produit sur la rétine une photographie instantanée, qui s'y peint d'une façon parfaitement distincte; cette image ne s'efface de la surface rétinienne qu'après un intervalle de 1/10 à 1/4 de seconde; la perception en est au contraire, dans les circonstances ordinaires, sensiblement instantanée; mais

« 2° Les nerfs portent l'impression distincte de chacune des parties de l'image au cerveau, et c'est ici, si on a à juger cette impression, qu'un certain temps est perdu, non seulement dans le transport du message le long d'un faisceau de nerfs et le retour de la réponse le long d'un autre, mais encore dans la décision prise par ce moi intérieur que nous concevons comme faisant ici acte plus ou moins conscient de volonté. »

C'est en somme l'explication de Bessel.

**53.** J'arrive maintenant à mes propres recherches sur cette question.

Le but pratique que je m'étais proposé à l'origine de ce travail était la détermination des corrections personnelles applicables aux observations méridiennes dont j'ai charge à l'observatoire de Lyon; loin de chercher à réformer mon éducation, je désirais connaître mon équation avec ses particularités, telle que l'avait faite une pratique régulière de neuf à dix ans d'observations. Aussi pour éviter toute influence modificatrice, me suis-je imposé d'ignorer complète-

[1] S. P. Langley, *On the observation of sudden Phenomena (The american Journal of Science*, 3e s., XXXVIII, p. 93, 1889).

ment, durant les deux premiers mois l'usage de mon appareil, toute espèce de résultats.

Mais on a vu (p. 64) que depuis le moment ou j'ai connu la valeur de mon équation, vers le 15 octobre, jusqu'en février, mon mode d'estime, sauf quelques variations d'un caractère accidentel, est resté constant : je n'ai pas réussi à avoir conscience de cet écart de $0^s,3$ qui représente mon équation personnelle.

Or, d'après M. Wolf[1], « les fortes équations personnelles qui existent chez quelques observateurs et dont l'explication a été donnée par Bessel, ne sont que le résultat d'une éducation incomplète. L'emploi d'un appareil tel que celui que j'ai construit est très propre à les faire disparaître. Il élimine donc des observations une cause d'erreurs essentiellement variable, puisqu'elle n'a d'autre origine qu'une paresse de l'esprit. »

Mais cette affirmation est contredite par ce fait que l'on peut considérer, ainsi qu'on l'a vu plus haut, comme parfaitement établi :

*Quoique forte, mon équation est bien fixée.*

Il y avait dès lors intérêt à reprendre l'étude expérimentale de la question des origines de l'équation personnelle en suivant d'abord la même voie que M. Wolf.

En outre, des éclaircissements ont été demandés à de nouvelles expériences, dont un certain nombre m'ont été suggérées par mon maître, M. Ch. André.

Les résultats obtenus sont consignés dans les paragraphes suivants.

**54.** *Expérience I.* — J'ai perçu la seconde au moyen de petites commotions électriques (sensation tactile) à l'extrémité de la langue ; il a suffi d'appliquer à cet endroit, à 2 millimètres environ l'une de l'autre, les deux extrémités d'un circuit relié à celui de l'enregistreur de temps.

[1] *L. c.*, p. 201.

Une première série de déterminations différentielles a été obtenue sur le ciel, par comparaison aux observations faites à la manière ordinaire. A cet effet, les temps de passage de la même étoile étaient estimés à huit fils par chaque procédé. Il va sans dire que les battements du compteur étaient interrompus pendant les observations faites avec la seconde *sentie*.

Le 9 février, par 11 étoiles de 5 à 6e grandeur, images 4,5, j'ai obtenu[1] :

$$\Delta e\,(\text{Langue} - \text{Oreille}) = 0^s,00 \pm 0^s,02.$$

Erreur moyenne d'une détermination résultant des 8:8 passages d'une étoile : $\pm 0^s,06$.

D'autre part, j'ai obtenu à l'appareil à équation :

| Date | $I$ | Sensation | N. de fils | $e$ | $\Delta e$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Février 19 | 4 | Tactile. . | 25 | $-0^s,30$ | $+0^s,02 \pm 0^s,03$ |
| | | Auditive. . | 60 | $-0^s,32$ | |

L'erreur moyenne de l'estime à 1 fil dans la méthode œil et langue est de $\pm 0^s,12$.

On peut admettre qu'il n'y a pas de changement. Ainsi :

*Que la perception de la seconde résulte d'une sensation tactile ou d'une sensation auditive, mon équation ne varie pas.*

**55.** *Expérience II.* — Dans les expériences suivantes, la seconde est perçue par la vue.

1° A l'extrémité d'un pendule, on fixe une petite lanterne, dont la flamme est visible seulement à travers une fente verticale de $1^{mm},5$ de largeur ; en avant se trouve une fente semblable pratiquée dans un écran fixe. On règle cette dernière de telle sorte que, d'une direction perpendiculaire au plan d'oscillation, on aperçoive la flamme au repos.

L'ensemble de cet appareil est placé à une distance de

[1] A moins d'indications contraires, les expériences sont faites à la vitesse 1, oculaire $G_1$, sens D.

quelques mètres, perpendiculairement à la direction de la lunette d'observation et à la hauteur de l'oculaire. Adaptons à celui-ci un oculaire nadiral, dont la disposition est bien connue, et orientons-en la glace transparente du côté du pendule, de façon à apercevoir par réflexion la fente lumineuse comme projetée sur le centre du champ. Met-on alors le pendule en mouvement, on perçoit à chaque oscillation, à des intervalles équidistants de $1^s$, des émissions lumineuses de très courte durée : il suffit en effet que l'extrémité du pendule décrive un arc de $0^m,10$ pour que la durée de conjonction des fentes soit inférieure à $0^s,01$. C'est sur ce signal lumineux, toujours aperçu près du point où on observe le passage de l'étoile, que l'observateur compte la seconde.

Afin d'éviter le bruit rythmé provenant de l'échappement, on supprime celui-ci et les oscillations sont entretenues à une amplitude suffisante par des impulsions données à la main toutes les 3 ou 4 minutes.

L'interrupteur du pendule ne comporte qu'une seule lame de contact. On la règle de manière à ce que la durée de passage du courant soit la même que celle de l'interruption; par suite, chaque passage du pendule par la verticale est marqué par un mouvement de la plume du chronographe, qui enregistre ainsi le temps d'émission du signal lumineux.

Dans les déterminations faites de cette façon, la flamme apparaissait dans le champ comme une petite bande lumineuse de 6″ de largeur[1] sur 15″ environ de hauteur.

On a trouvé :

| Date | $I$ | Méthode | N. de fils | $e$ | $\Delta e$ (Fl. — Cr) |
|---|---|---|---|---|---|
| Février 19 | 4 | Pend. à fl. | 115 | $-0^s,22$ | $+0^s,10 \pm 0^s,02$ |
| | | Compteur. | 48 | $-0^s,32$ | |

Erreur moyenne d'un passage par la méthode de la seconde *vue* : $\pm 0^s,10$.

[1] Par suite de la réflexion sur les deux faces de la glace, on voit deux images juxtaposées.

2° On réduit à une fente verticale de $1^{mm},5$ de largeur l'ouverture par laquelle se transmet, à travers le tourillon creux, la lumière destinée à l'éclairage intérieur de la lunette. Entre la source lumineuse et l'ouverture, on fait passer un écran de treillis métallique, percé d'une fente semblable à celle qui limite le faisceau éclairant, et suspendu par une liaison rigide à l'extrémité d'un pendule, le même qui a été employé précédemment.

Au repos, les deux fentes et le centre de la lampe doivent se trouver en conjonction. Il est facile de se rendre compte de ce qui se passe quand on met le pendule en marche : la lumière qui traverse le treillis en assez forte proportion éclaire d'une façon continue le champ de la lunette; mais au moment où les fentes sont en regard l'une de l'autre, il se produit un accroissement instantané de lumière, comme si un éclair éclatait en avant de l'objectif. Le retour régulier de ce phénomène donne l'impression d'une sorte de pulsation lumineuse, sur laquelle l'observateur peut facilement faire la numération des secondes. L'instant de chaque éclair est d'ailleurs enregistré par le chronographe. Cette expérience se fait sans difficulté lorsqu'on dispose de la lumière électrique, comme à l'observatoire de Lyon.

Voici les résultats obtenus par cette méthode :

| Date | Images | N. de fils | $e$ | Poids |
|---|---|---|---|---|
| Février 22 | 4 | 54 | $-0^s,22$ | 1 |
| — 28 | 4,5 | 57 | $-0,22$ | 1 |
| — 24 | 4,5 | 63 | $-0,23$ | 1 |
| — 26 | 3,5 | 62 | $-0,28$ | 0,5 |
| | | Moyenne. . . . | $-0,23$ | |

L'erreur moyenne d'un passage est de $\pm 0^s,09$. L'attribution du poids 0,5 à la dernière série est justifiée par la qualité seulement passable des images.

D'autre part la moyenne des déterminations obtenues dans ces quatre séances par la méthode de l'œil et de l'oreille est de $-0^s,31$. Il y a donc un changement de $+0^s,08$.

Ainsi, *les divers modes de perception de la seconde par la vue donnent lieu, relativement à l'observation par l'oreille, à des variations de l'équation personnelle comprises entre* $+0^s,08$ *et* $+0^s,10$.

**56.** *Expérience III.* — Jusqu'ici, dans toutes les observations de passages, la notion du temps résulte de la perception d'un signal rythmé. La suppression du rythme introduit-elle une modification dans l'équation de l'observateur ? La réponse à cette question résultera des expériences suivantes.

Soient (fig. 2), dans le plan focal de la lunette, F la position d'un fil fixe, $F_m$ la position du fil mobile, C la position de

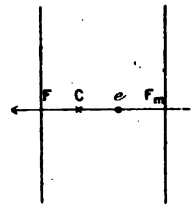


Fig. 2.

l'image du point lumineux au moment où l'appareil à équation émet un courant : toutes positions rapportées à une lecture sur le tambour de la vis micrométrique. Un récepteur téléphonique placé dans le circuit de l'appareil, résonne à l'instant[1] où l'étoile arrive en C.

Dès que l'observateur perçoit ce bruit, il fixe mentalement la position $e$ que lui paraît occuper l'étoile, et estime la fraction $f$ représentant le rapport de $F_m e$ à $F_m F$.

On a pris soin que la différence $F_m - F$ fût assez faible pour être fractionnée facilement. La lecture micrométrique en $e$ a pour valeur

$$e = F_m + f(F - F_m)$$

Si $v$ désigne la vitesse, et $\mu$ la valeur en temps du tour

[1] Il faut admettre toutefois que la membrane téléphonique entre en vibration sans retard sensible, ce qui est bien probable.

de la vis à la vitesse 1, l'erreur d'estime a pour valeur

$$\Delta t = (C - e)\frac{\mu}{v}.$$

Les observations sont répétées en faisant varier C et $F_m$.

Le Tableau suivant contient diverses déterminations faites par ce procédé. Le nombre N des mesures est donné par un produit de deux facteurs, dont le premier se rapporte au nombre de positions distinctes de C ou $F_m$, et l'autre au nombre de pointés dans chaque position.

Images 4 à 4,5 ; oculaire $G_1$ ; sens direct.

| $v = 1$ ; $\frac{\mu}{v} = 4,00$ | | | | | $v = 2,2$ ; $\frac{\mu}{v} = 1,80$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| DATE | C-e | Δt | N | POIDS | DATE | C-e | Δt | N | POIDS |
| 1° Étoiles de grandeur 5,5 à 6,5 | | | | | | | | | |
| 1891 | t | s | | | | t | s | | |
| Mars 3. | — 0,040 | — 0,16 | 3×5 | 1 | » | » | » | » | » |
| — 4. | — 0,037 | — 0,15 | 6×5 | 2 | » | » | » | » | » |
| — 5. | — 0,040 | — 0,16 | 6×5 | 2 | Mars 5. | — 0,076 | — 0,14 | 3×5 | 1 |
| — 13. | — 0,037 | — 0,15 | 5×2 | 1 | — 13. | — 0,088 | — 0,16 | 3×5 | 1 |
| — 14. | — 0,051 | — 0,20 | 5×2 | 1 | — 14. | — 0,098 | — 0,18 | 5×2 | 1 |
| Avril 4. | — 0,034 | — 0,14 | 5×2 | 1 | Avril 4. | — 0,060 | — 0,11 | 5×2 | 1 |
| MOYENNES. | | — 0,16 | | | | | — 0,15 | | |
| 2° Étoiles de grandeur 1,5 à 2,0 | | | | | | | | | |
| Mars 4. | — 0,029 | — 0,12 | 6×5 | 2 | » | » | » | » | » |
| — 5. | — 0,028 | — 0,11 | 3×5 | 1 | Mars 5. | — 0,065 | — 0,12 | 3×5 | 1 |
| Avril 4. | — 0,011 | — 0,04 | 4×3 | 1 | Avril 4. | — 0,040 | — 0,07 | 6×2 | 1 |
| MOYENNES. | | — 0,10 | | | | | — 0,09 | | |
| 3° Tache obscure de 3 à 5″ de diamètre | | | | | | | | | |
| » | » | » | » | » | Mars 6. | — 0,006 | — 0,01 | 3×5 | 1 |
| » | » | » | » | » | — 14. | — 0,009 | — 0,02 | 6×2 | 1 |
| » | » | » | » | » | Avril 1. | — 0,032 | — 0,06 | 10×2 | 2 |
| » | » | » | » | » | — 3 | — 0,028 | — 0,05 | 4×2 | 1 |
| | | | | | MOYENNES. | | — 0,04 | | |
| 4° Soleil, bord II | | | | | | | | | |
| Avril 4. | — 0,020 | — 0,08 | 3×2 | 1 | Avril 4. | — 0,026 | — 0,05 | 3×2 | 1 |

On voit que la suppression du rythme a fait disparaître une notable partie de l'équation personnelle. De plus, les variations relatives aux étoiles brillantes, aux taches, aux bords solaires, sont concordantes avec celles que nous avons trouvées précédemment dans les observations ordinaires. De même aussi, les variations d'une séance à l'autre sont de même ordre que celles constatées dans l'équation totale.

Il ressort donc de ce Tableau que,

*Lorsque je rapporte la position d'une étoile de 6e grandeur à un battement isolé, la position estimée est située* en arrière *de la position vraie, à une distance proportionnelle à la vitesse et correspondant à un parcours d'une durée de* 0s,15.

*Cette erreur est soumise aux mêmes variations que l'équation totale affectant les observations ordinaires.*

Cependant lorsque je considère à la fois deux points brillants et une tache obscure en ligne droite sur un fond lumineux (papier parcheminé), les trois objets conservent leur situation relative, quelle que soit la vitesse.

**57.** *Expérience IV.* — Deux de mes collègues, MM. Marchand et Le Cadet, ont bien voulu faire quelques déterminations par le procédé décrit ci-dessus.

Voici les résultats moyens des expériences faites les 3 et 4 avril, aux vitesses 1 et 2,2.

| | E. | L. C. |
|---|---|---|
| | s | s |
| Étoiles de 6e grandeur. . . | — 0,07 | — 0,02 |
| Étoiles de 2e grandeur. . . | — 0,01 | + 0,02 |
| Soleil, bord II. . . . . | — 0,02 | + 0,03 |
| Tache sombre de 4″ de diamèt. | 0,00 | + 0,06 |

L'erreur probable de chacun de ces nombres est comprise entre ± 0s,01 et ± 0s,02.

Leur équation totale déterminée à la même époque a été trouvée, pour des étoiles de 6e grandeur,

$$\text{E. M...} - 0^s,06 \pm 0^s,02\,;\ \text{L. C...} - 0^s,10 \pm 0^s,02.$$

Ainsi, *quoique ces deux observateurs aient une faible équation personnelle, leurs observations présentent aussi relativement à la forme de l'astre des variations de même signe et de même ordre que celles que j'ai constatées moi-même.*

Autant qu'on en puisse juger par ces déterminations faites dans un intervalle de temps restreint, il semble que E. M. ne soit pas soumis à l'influence du rythme, tandis que L. C. voit son équation varier sensiblement lorsqu'on supprime celui-ci.

**58.** *Expérience V.* — Lorsque la seconde est donnée par un signal lumineux, comme dans l'expérience II-1°, il est facile

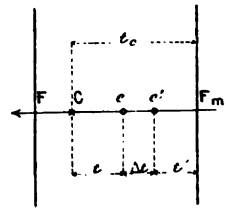


Fig. 3.

de supprimer le rythme en interceptant la lumière du pendule jusqu'au moment de l'observation. Tenant compte de la vitesse du chariot, on règle la position du fil mobile (fig. 3) de telle sorte que $\frac{\mu}{v} \times (F - F_m) = 1^s$, et on détermine comme à l'ordinaire, la position C pour laquelle a lieu l'enregistrement automatique du passage, position qui répond à une fraction $t_c = \frac{F_m - C}{F_m - F}$ de l'intervalle des fils. A l'instant où l'étoile arrive vers le premier fil, on découvre la flamme

du pendule[1], et à la première apparition du signal lumineux on pointe, en $e'$, la position de l'étoile, qui est réellement en $e$, en estimant la fraction $t'$ parcourue à cette époque. Si on tient compte de la fraction, donnée par le chronographe, qui mesure le temps $t$ écoulé entre l'émission du signal et l'enregistrement du passage, on obtient la relation

$$\Delta t = t' + t - t_c,$$

où $\Delta t$ est le temps correspondant à l'erreur d'estime $ee'$, négative lorsqu'elle a lieu par retard, comme dans la figure.

On a obtenu de cette façon les résultats suivants, où on a posé $t' + t = t_0$.

| DATE | $t_c$ | $t_0$ | $\Delta t$ | N. DE POINTÉS |
|---|---|---|---|---|
| | s | s | s | |
| Mars 13 . . . | 0,74 | 0,74 | 0,00 | 10 |
| | | 0,46 | 0,00 | 8 |
| | | 0,41 | — 0,05 | 9 |
| — 26.. . . | 0,46 | 0,46 | 0,00 | 8 |
| | | 0,44 | — 0,02 | 8 |
| | | 0,48 | + 0,01 | 8 |
| MOYENNE. . . . | | | — 0,01 ± 0,01 | |

On voit que dans ce cas l'erreur peut être considérée comme nulle. Je puis donc dire que :

*Toute équation personnelle disparaît lorsque je rapporte la position d'une étoile à la perception d'un signal lumineux non rythmé.*

L'influence de la suppression du rythme se montre d'autre part dans l'erreur moyenne accidentelle, qui est réduite ici à ± 0s,06 pour une observation isolée, tandis qu'elle atteint ± 0s,10 avec les signaux rythmés.

**59.** *Expérience VI.* — Voici le dispositif à l'aide duquel j'ai répété la principale expérience de M. Wolf.

[1] Un assistant est chargé de ce soin ; il est prévenu quelques secondes à l'avance par un signal automatique parti de l'appareil et transmis par téléphone.

Une plaque de mire porte trois points lumineux équidistants et disposés suivant une verticale. Tout près et en avant de cette plaque, on interpose un écran de clinquant noirci, traversé par une fente horizontale de $1^{mm},5$ environ de largeur, à travers laquelle on aperçoit d'une façon continue l'étoile centrale ; une autre fente étroite ($0^{mm},3$, ce qui correspond à $1''$ dans le plan focal), coupe transversalement la première, de telle sorte que, pendant le mouvement horizontal du chariot, les étoiles extrêmes ne font qu'une apparition à peu près instantanée. On s'assure qu'au repos les trois étoiles peuvent être vues simultanément.

Toutes les expériences ont établi qu'effectivement l'image centrale parait projetée *en avant* des deux autres, dans le sens du mouvement. La déviation, à peine sensible pour la vitesse équatoriale, devient plus marquée lorsqu'on donne au chariot sa vitesse maxima 2,2. Enfin si on fait mouvoir le chariot à la main, de façon à lui imprimer des vitesses deux, trois fois plus grandes encore, la déviation paraît croître dans la même proportion. On constate en tout cas qu'elle correspond à un très court espace de temps.

Les mesures exactes sont difficiles ; les procédés suivants permettent cependant de les obtenir avec quelque précision.

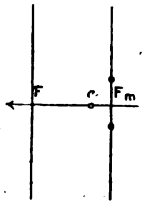


Fig. 4.

1° On dispose l'écran de manière que les images extrêmes soient visibles à proximité d'un fil fixe F (fig. 4), et on amène le fil mobile à les bissecter en $F_m$, au moment de leur apparition. On estime ensuite, comme dans les expériences précédentes, la position occupée à cet instant par l'étoile centrale.

Soit $f$ la fraction estimée ; le temps correspondant est

$$\Delta t = f\,(F_m - F)\frac{\mu}{v}.$$

Voici les résultats obtenus le 13 mars :

| $F_m - F$ | $\frac{v}{\mu}$ | $f$ | $F_m - e$ | $\Delta t$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| t | | | t | s | |
| 0,120 | 1,80 | 0,10 | + 0,012 | + 0,022 | + 0,016 s |
| 0,120 | 0,3 * | 0,30 | + 0,036 | + 0,011 | |

Il est à craindre toutefois que l'*équation décimale* n'altère sensiblement les résultats de telles mesures.

2° On place le point lumineux central un peu en dehors de la ligne qui joint les deux extrêmes. Cette déviation réelle est mesurée très facilement par des pointés au fil mobile. Il n'y a plus qu'à faire mouvoir la mire dans le sens opposé à cette déviation, et à déterminer la vitesse pour laquelle la déviation apparente, due au mouvement, compense exactement l'autre, de façon à ce que les 3 images paraissent bien en ligne droite.

Ainsi, le 18 mars, je trouve qu'une déviation réelle de 0t,008 est détruite lorsqu'on déplace la mire, en sens inverse, avec une vitesse 2,2 ; la valeur $\frac{\mu}{v}$ étant 1s,8, il en résulte que

$$\Delta t = 0^{s},014.$$

Cette valeur, rapprochée de celle qui a été trouvée plus haut, permet de conclure que :

*Si de trois points lumineux disposés sur une ligne verticale et entraînés horizontalement, le point central seul est continu et les deux extrêmes instantanés, celui-là paraît toujours dévié* en avant *de ceux-ci, mais seulement d'une quantité correspondant à l'espace parcouru en moins de* 0s,02.

**60.** *Expérience VII.* — On place un écran opaque

* $v$ est déterminée chronographiquement par le temps que met le chariot à franchir l'intervalle connu qui sépare deux contacts.

devant la mire et on détermine la position occupée dans le champ de la lunette par l'image du bord de l'écran, en pointant l'étoile dans la position où elle paraît à demi interceptée. Le diamètre vrai de l'étoile n'excède pas $0'',4$, soit $0^s,007$ de la vis ; on peut admettre que la position cherchée est obtenue à plus de $0^s,004$ près : l'erreur en temps peut-être réduite au même nombre de millièmes de seconde si on emploie la vitesse 4.

On donne au chariot une vitesse déterminée, et on cherche par tâtonnement la position du fil mobile telle que le point lumineux soit bissecté à son apparition. On trouve toujours que le point lumineux n'est perçu qu'à une certaine distance du bord de l'écran. Cette distance résulte immédiatement des lectures du tambour de la vis micrométrique ; comparée à la vitesse, elle fournit le temps correspondant au retard apparent de l'apparition.

Les déterminations faites dans quatre soirées limitent ce retard entre $0^s,01$ et $0^s,03$ ; la valeur moyenne $0^s,02$ est à rapprocher du nombre donné par l'expérience précédente.

Si, d'autre part, on supprime l'éclairement du champ, on constate aisément que l'apparition de l'étoile n'est pas instantanément complète, mais que son éclat met à devenir maximum une partie de l'intervalle de temps qu'on vient de déterminer. Ainsi donc,

*Lorsqu'un point lumineux en mouvement jaillit sur le bord d'un écran, l'apparition en est progressive, et le point d'émersion paraît rejeté en avant de sa position vraie, à une distance correspondant au chemin parcouru en deux centièmes de seconde environ.*

**61.** *Expérience VIII.* — On donne au pendule à flamme une longueur telle qu'il fasse, par exemple, 101 oscillations en $100^s$, et on détermine l'époque à laquelle on estime qu'il y a coïncidence entre le signal lumineux et le battement du compteur. La différence de phase à cet instant, différence

relevée sur la feuille chronographique, indique l'erreur d'estime.

1° Je donne ci-après les résultats de 3 séries de 10 déterminations chacune. Le signe — indique un retard du compteur sur le pendule lumineux ; la coïncidence est dans ce cas notée trop tard.

26 février, fente lumineuse vue directement ; observateur dans l'obscurité, différence. 0s,00

3 mars, fente de 6″ sur 15″, vue après réflexion dans le champ éclairé de la lunette. . . — 0s,01

7 mars, point lumineux comparable à une étoile de 6e grand. un peu diffuse, champ éclairé. — 0s,03

L'erreur moyenne accidentelle d'une coïncidence n'excède pas ± 0s,04.

2° Faisant face à une direction à peu près rectangulaire à celle du pendule, j'observe le signal lumineux par vision diffuse. Le 24 mars, 5 observations bien concordantes indiquent un retard de — 0s,08.

Cette expérience est corroborée par la suivante. Comme l'apparition du signal correspond à l'émission ou à l'interruption du courant traversant le pendule, un récepteur téléphonique mis dans ce circuit fait entendre des battements qui coïncident (sauf la petite restriction faite plus haut) avec l'émission des signaux lumineux. Par vision directe, j'estime effectivement que cette coïncidence existe ; mais par vision diffuse, je constate un retard bien marqué de la perception lumineuse relativement à la perception auditive.

Mon assistant, M. Luizet, confirme en ce qui le concerne cette appréciation.

3° On va supprimer maintenant toute espèce de rythme dans les phénomènes à comparer. On utilise à cet effet l'appareil à équation, auquel on fait porter une étoile artificielle, aperçue seulement lorsqu'elle passe en regard d'une fente étroite pratiquée dans un écran fixe. On écoute au téléphone l'arrivée du chariot sur un contact : à cet instant l'étoile occupe dans le champ de la lunette une position

déterminée par une lecture C de la vis micrométrique. On déplace la fente, au moyen d'une vis de rappel, jusqu'au moment où on juge que l'apparition de l'étoile à travers cette fente et le bruit perçu au téléphone sont simultanés. La comparaison de ces deux phénomènes soudains exige beaucoup d'attention, et très souvent il est impossible de porter aucun jugement.

Néanmoins, en cherchant les positions où les époques des deux phénomènes paraissent un peu différentes, dans un sens ou dans l'autre, on arrive, quoique péniblement, à déterminer la position $\varphi$ de la fente pour laquelle on estime bonne la coïncidence. L'erreur d'appréciation correspond donc à une distance $C - \varphi$, et à un intervalle de temps

$$\Delta t = (C - \varphi)\frac{\mu}{v}.$$

On a obtenu les résultats suivants, avec $\frac{\mu}{v} = 1^s,8$ :

| Date | $C - \varphi$ | $\Delta t$ |
|---|---|---|
| | t | s |
| Mars 26 | — 0,034 | — 0,06 |
| Mars 27 | — 0,022 | — 0,04 |
| — | — 0,029 | — 0,05 |
| — | — 0,026 | — 0,05 |
| | Moyenne. . . . | — 0,05 |

Le signe — indique que le signal lumineux précède le bruit.

*La sensation visuelle doit donc précéder la sensation auditive, pour que les deux perceptions paraissent simultanées.*

**62.** Il faut maintenant interpréter les résultats des expériences précédentes.

Un des points sur lesquels il est le plus facile de formuler une conclusion est celui qui concerne le rythme du phénomène employé à donner à l'observateur la notion du temps.

Dans la méthode ordinaire de l'œil et de l'oreille mon équa-

tion atteint — 0s,30 (étoile de 6e grandeur, vitesse équatoriale). Cela signifie que, lorsque je cherche à déterminer la position de l'étoile à l'instant où le compteur frappe chacun de ses battements, je fais correspondre à cet instant la position occupée réellement 0s,30 auparavant.

Mais si je rapporte la position de l'étoile à un battement isolé, le retard n'est plus que — 0s,15 (expérience III, 1°); de ce chef, il y a une variation de + 0s,15. Par conséquent, il faut admettre que ce n'est pas au battement réel, mais à un battement fictif le précédant de 0s,15, que je compare la position de l'étoile.

Cette influence du rythme, M. Wolf l'avait indiquée, sans y insister d'ailleurs et sans la mesurer, en discutant l'opinion de Bessel[1] : « Il est bien certain, dit-il, que, au moment du passage, l'observateur n'écoute pas les battements de la pendule, mais un battement intérieur que sa pensée y substitue. »

L'attention se portant plus particulièrement sur la position de l'étoile, l'observateur arrive, après quelque temps d'exercice, à poursuivre machinalement la numération des secondes sans s'apercevoir de cette opération. Il rythme intérieurement la seconde comme le compteur, mais à côté et non en coïncidence avec lui. Dans mon cas, il s'agit d'une anticipation; mais il peut sans aucun doute se rencontrer des observateurs pèchant par défaut contraire, et suivant en retard, parfois d'assez loin, les battements du compteur.

Je désignerai cette erreur sous le nom *d'équation rythmique*.

On comprend qu'un désaccord de cette sorte subsiste avec une forte valeur tant que l'attention de l'observateur n'est pas appelée de ce côté; mais dès qu'il est prévenu, celui-ci doit facilement, semble-t-il, se rendre compte de cet écart et arriver à s'en corriger au moins partiellement. Un débutant qui s'exercerait préalablement, à l'aide d'un appareil à équa-

[1] *L. c.*, p. 188.

tion absolue, atteindrait sans doute ce but de très près. Mais si l'observateur s'est, par une longue pratique, accoutumé à accompagner la pendule d'une certaine façon, si d'ailleurs son équation rythmique a une valeur assez faible, il est possible qu'elle lui échappe complètement; c'est ainsi qu'avec la plus grande attention j'arrive à peine à soupçonner parfois la mienne, bien que je sache pertinemment qu'elle existe avec une valeur de $-0^s,15$.

Il est bien probable que c'est en agissant sur l'équation rythmique que M. Wolf a pu réduire en quelques mois son équation totale de $+0^s,3$ à $+0^s,1$.

Je crois donc que cette erreur est de celles dont l'éducation peut nous affranchir. Elle est du domaine psychologique, mais il ne s'agit pas de l'erreur de jugement dont parlent Bessel et M. Faye, et à laquelle M. Wolf trouve précisément ce caractère de céder à une éducation convenable.

M. Wolf a justement comparé l'astronome exercé à observer par la méthode de l'œil et de l'oreille, à un musicien pénétré du rythme de la mesure qu'il doit suivre. Or quelque chose d'analogue à l'équation rythmique se retrouve dans l'exécution d'un morceau par les chorales ou les orchestres les mieux exercés. Tout en observant bien le rythme voulu, les exécutants sont toujours en retard sur les temps de mesure marqués par le chef d'orchestre; si bien que les notes, de contre-basse par exemple, destinées à accentuer la mesure, peuvent paraître émises presque à contre-temps à un amateur qui les écoute en regardant battre la mesure. L'important n'est pas que ce retard soit nul, mais qu'il soit le même pour tous les exécutants, et c'est un résultat qui est obtenu par des exercices d'ensemble.

On a constaté aussi que ce retard est d'autant plus marqué que le mouvement du morceau est plus lent, et dans les *andante* il est nécessaire de décomposer les temps pour obtenir une exécution nette. Or n'ai-je pas constaté de mon côté un changement considérable de mon équation lorsque j'observe avec une pendule battant le centième de minute? Dans

ce cas le rythme est plus précipité et je suis mentalement le compteur de plus près (p. 100).

Il faut noter, en passant, que c'est par l'ouïe seule qu'un musicien juge s'il est d'accord avec ses co-exécutants, mais non par la vue des va-et-vient du bâton de mesure : il est, en effet, extrêmement rare que la première *attaque* d'un morceau soit parfaitement franche[1]. Dès lors, rien n'autorise M. Wolf à faire la comparaison suivante : « Si l'erreur d'observation avait sa source dans l'impossibilité de superposer deux sensations, elle existerait pour le musicien comme pour l'astronome : deux musiciens pourraient suivre la même mesure à une seconde d'intervalle[2]. »

Je retrouve l'équation rythmique, avec la même valeur dans le cas où je perçois la seconde par la langue.

Elle existe également lorsque la seconde est perçue par la vue, et j'ai pu me rendre compte que dans ce cas j'ai comme la sensation d'un battement intérieur, dont le rythme est réglé par la succession des signaux lumineux. Même, il n'y a pas alors pour moi d'autre erreur, puisque toute équation personnelle disparaît lorsque j'observe avec un signal lumineux non rythmé (exp. V).

*Je conclus donc qu'une partie importante de l'équation personnelle, celle que j'appelle* équation rythmique, *reconnaît pour cause l'habitude inconsciente prise par l'observateur de rythmer mentalement la seconde à côté du phénomène physique qui sert à la marquer.*

*L'équation rythmique est constante chez un observateur exercé. Elle peut être réduite dans une certaine mesure par une éducation appropriée.*

**63.** L'équation rythmique éliminée, il reste une autre

[1] Je dois ces renseignements à l'obligeance de mon collègue et ami, M. Em. Marchand, tout particulièrement compétent en cette matière.

[2] *L. c.*, p. 189.

erreur sur laquelle la volonté ne paraît avoir aucune prise. L'explication de M. Wolf peut-elle lui convenir?

Nous avons vu que M. Wolf donne pour origine à son équation personnelle réduite la persistance de l'impression lumineuse. Mais le résultat expérimental sur lequel il se base ne paraît pas devoir comporter une telle conclusion.

Je veux parler de l'expérience VI (p. 135), où un point lumineux, visible d'une façon continue, paraît projeté en avant de deux autres dont l'apparition n'est qu'instantanée, et avec lesquels il est pourtant en ligne droite. Bien que mon équation diffère complètement en grandeur et en signe de celle de M. Wolf, j'ai vu les mêmes apparences; mes collègues E.M. et L.C. également. Les mesures que j'ai faites montrent d'ailleurs que la déviation correspond à un intervalle de temps n'excédant guère $0^s,01$. Il s'agit là évidemment du temps que met à se produire, au début, l'excitation sensorielle; c'est une *période latente* que les physiologistes ont fait connaître[1]. Si des rayons lumineux frappent les éléments sensitifs au repos, l'impression correspondante se produit moins vite que si ces éléments sont déjà en état d'ébranlement.

Ainsi, dans notre expérience, les deux images extrêmes (ébranlement initial) sont perçues seulement $0^s,01$ à $0^s,02$ après que l'image continue (entretien de l'ébranlement) a été vue sur leur verticale : l'image centrale paraît donc déviée en avant des autres au moment où les trois deviennent visibles simultanément.

Si, comme l'a fait M. Wolf, on intercepte l'image continue à l'instant où se produit l'éclairement des deux ouvertures extrêmes, il est évident que les trois points disparaîtront exactement sur la même droite. Mais cela n'empêche que le point central soit perçu sur cette ligne $0^s,01$ à $0^s,02$ avant

[1] Voy. RAPHAEL DUBOIS, *Nouvelle théorie du mécanisme des sensations lumineuses (Revue générale des sciences*, I, p. 198 et suiv., 1890).

les deux autres : si cette différence de temps nous échappe, c'est que nous ne pouvons plus l'estimer ici par un espace parcouru, et substituer à la notion de temps la notion de lieu, comme dans le cas précédent.

L'interprétation donnée par M. Wolf à cette expérience paraît donc mal fondée.

La considération de la période latente explique aussi le résultat de l'expérience VII (p. 137), où un point lumineux occulté par un écran semble faire émersion au delà du bord de cet écran.

M. Wolf rapporte encore l'expérience suivante, destinée à vérifier une « conséquence importante » de sa « manière de considérer l'équation personnelle. »

« De quelque manière, dit-il[1], que soit perçue la seconde, si l'on supprime ou la continuité du mouvement de l'étoile, ou la persistance de l'impression, la correction personnelle devra être nulle. Je n'ai pas trouvé moyen d'annuler la persistance de l'impression ; mais il est facile de détruire la continuité du mouvement.

« Il suffit, pour obtenir ce résultat, de supprimer l'éclairement continu de la mire et de faire éclater, à chaque seconde, une étincelle d'induction derrière la petite ouverture. »

Ainsi l'étoile ne fait qu'une apparition instantanée à chaque seconde, et marque elle-même le temps.

Dans ces conditions, M. Wolf n'a plus d'équation : il ne peut en être autrement, en admettant toutefois que la constante de l'équation décimale soit nulle. Dans cette observation, point lumineux et fil doivent être considérés comme immobiles. Que l'observateur les perçoive ensemble ou successivement, il les voit toujours à leur place réelle. L'estime de temps résulte uniquement d'une appréciation de la distance d'un point fixe à une droite[2]; tandis que dans la méthode

[1] *L. c.*, p. 194.

[2] M. André fait remarquer qu'il y aurait là un excellent procédé pour l'étude de l'équation décimale. Probablement on arriverait ainsi à la connaissance de la constante de cette équation.

ordinaire, il faut avant d'estimer cette distance, en marquer la limite par la comparaison de la position de l'étoile à une autre perception, et c'est précisément cette dernière opération qui comporte une équation personnelle.

Cette expérience n'est pas en contradiction avec l'opinion de Bessel ; elle lui est au contraire favorable, car il faut remarquer que l'estime est, par ce procédé, ramenée à ne dépendre que du seul organe de la vue.

Ainsi les résultats expérimentaux que nous venons d'examiner s'expliquent sans qu'il y ait nécessité de faire intervenir la persistance de l'impression lumineuse. Ils ne peuvent donc servir de base à la théorie qui place dans ce phénomène physiologique l'origine de l'équation personnelle.

D'autre part, le fait que l'équation personnelle subsiste à peu près avec la même valeur dans les trois modes de perception de la seconde, par l'ouïe, la vue ou le tact, ce fait indique simplement la probabilité que la cause de l'erreur est la même dans les trois cas, mais ne préjuge rien sur la nature de cette cause.

Il faut dès lors examiner en elle-même l'explication proposée par M. Wolf.

**64.** En premier lieu, quelle durée doit-on attribuer à la persistance de l'impression lumineuse ?

J'ai répété les expériences de M. Wolf avec un miroir tournant. La lunette et le point lumineux étant fixes, je trouve, comme lui, que les émissions lumineuses pour paraître ininterrompues doivent se succéder à moins de $0^s,06$. Imprime-t-on à la lunette un déplacement brusque, on peut apercevoir deux images qui paraissent simultanées, tant que l'intervalle des émissions est au-dessous de $0^s,10$ à $0^s,12$ ; mais le mouvement doit être rapide, peut-être vingt ou trente fois le mouvement équatorial ; ces images se forment en des points de la rétine assez éloignés et pour lesquels il est possible que la période latente ne soit pas la même : l'expérience VIII-2° (p. 139), montre en effet que la perception visuelle

paraît retardée lorsque l'observation a lieu par vision diffuse. Il semble donc que les résultats fournis par le miroir tournant manquent de netteté.

L'expérience suivante sera plus concluante.

Une fente se projette sur un fond uniformément lumineux. Entre la fente et la source lumineuse, on interpose un écran porté à l'extrémité d'un pendule, et percé de quatre petites ouvertures semblables, disposées à égale distance l'une de l'autre sur une droite inclinée. Le pendule étant en mouvement, il y a émission lumineuse chaque fois qu'une de ces ouvertures passe en regard de la fente. A chaque oscillation, l'observateur perçoit donc quatre images lumineuses séparées, se succédant à intervalles égaux le long d'une verticale : dans notre expérience, les deux images extrêmes sont distantes de 30″. Afin de conserver aux points brillants une intensité constante, on proportionne l'ouverture de la fente à l'amplitude du pendule.

On peut facilement déterminer la vitesse du pendule à laquelle on voit simultanément 2, 3, 4 images. Or, les déterminations faites par diverses personnes (GA, RD, LC, FG), s'accordent pour établir que *deux images comparables à celle d'une étoile de 4-5e grandeur ne peuvent paraître simultanées qu'autant qu'elles se succèdent à moins de* 0s,06 *d'intervalle.*

Par exemple, les quatre images ne sont visibles ensemble que lorsque l'arc décrit par une des ouvertures durant l'oscillation du pendule, atteint une longueur d'au moins 100 à 120 millimètres, suivant l'observateur; or les deux ouvertures extrêmes sont à une distance horizontale de 18 millimètres l'une de l'autre : il est facile de calculer qu'à l'amplitude indiquée, elles se succèdent devant la fente à un intervalle compris entre 0s,05 et 0s,06.

D'autre part, si on double la vitesse, de telle sorte que les quatre émissions lumineuses se produisent en moins de 0s,03, on juge encore de l'ordre dans lequel elles se succèdent : cela revient à dire que, *entre deux impressions se succédant*

*à* 0$^s$,03 *d'intervalle sur des points de la rétine distincts, mais rapprochés l'un de l'autre, il est possible de décider quelle est la première ou la dernière.*

En outre, il faut remarquer que dans les observations astronomiques de passages, l'œil suit l'étoile, dont l'image se forme par suite toujours au même point de la rétine. Dans ce cas, c'est le fil qui paraît se déplacer, et c'est à son image sur la rétine que M. Wolf applique son raisonnement ; mais il est à supposer qu'alors la persistance de l'impression est moindre que lorsqu'il s'agit de l'étoile.

Je n'ai, quant à moi, jamais remarqué que le fil soit élargi, tandis qu'au contraire, lorsque je fixe le fil, je me rends parfaitement compte que l'image de l'étoile est un peu diffusée dans le sens de son déplacement, tout en présentant d'ailleurs un point d'intensité maxima sur la position duquel il n'y a presque pas à se tromper. L'erreur commise sera donc toujours au-dessous de la limite admise comme durée de l'impression.

De l'ensemble des faits que je viens de citer, on peut conclure, je crois, que *la persistance de l'impression lumineuse sur la rétine ne peut pas introduire dans les observations de passages une erreur supérieure à* 0$^s$,04 *ou* 0$^s$,05.

Voilà pour la valeur absolue de l'erreur. Voyons-en maintenant le sens.

**65**. Soit $\Delta t$ la durée de la persistance lumineuse.

Pour fixer les idées, désignons par $a$, $b$, $c$, les positions respectives occupées par l'image aux temps : $t - \Delta t$, $t$ et $t + \Delta t$, et supposons qu'un battement se produise à l'époque $t$ : nous admettons avec M. Wolf que la perception auditive est sensiblement instantanée.

« Au moment précis où la seconde est perçue, dit M. Wolf, l'œil voit l'étoile, non seulement dans la position qu'elle occupe réellement, mais encore dans toutes les *positions occupées* précédemment pendant un temps égal à

l'impression lumineuse. » Cela est clair : l'observateur peut faire correspondre au battement chacun des points compris entre $a$ et $b$, son équation variera dans ce cas entre $-\Delta t$ et o.

M. Wolf continue : « En outre, l'impression reçue par l'œil à ce moment va persister encore pendant un second intervalle de temps égal au premier, et pendant lequel l'étoile parcourra toutes les *positions* symétriques des premières. D'ailleurs, pour l'œil, chacun de ces intervalles correspond à un espace de temps indivisible. L'observateur pourra donc rapporter la position de l'étoile, au moment où la seconde est perçue par lui, à l'un quelconque des points compris entre les limites que je viens de poser. »

Ainsi l'observateur pourrait aussi faire correspondre au battement $t$ chacune des positions comprises entre $b$ et $c$, et son équation varier de o à $+\Delta t$.

Mais cette explication rencontre quelques difficultés. M. Dreyer a déjà fait des réserves sur ce point. « La supposition, dit-il, qu'un battement peut être considéré comme simultané du passage de l'étoile par une position non encore occupée à l'instant de ce battement, cette supposition paraît difficile à comprendre. »

L'opération qui consiste à estimer la distance de l'étoile au fil est provoquée par une impression auditive; si on écarte toute « paresse de l'esprit », cette opération se fait instantanément, et il est évident que l'observateur ne peut porter son attention que sur les positions dont il a reçu à cet instant la sensation, c'est-à-dire sur la position réelle $b$, ou une position précédente comprise entre $a$ et $b$. Pour qu'il en soit autrement, il est nécessaire qu'il y ait défaut d'attention ou erreur du jugement.

*Je ne pense donc pas que l'explication de M. Wolf puisse convenir aux équations positives.*

[1] *L. c.*, p. 528.

Il faut noter que dans l'observation avec signaux lumineux, M. Wolf a fait abstraction de la persistance de l'impression lumineuse en ce qui concerne le signal lui-même. Ce signal, émis au temps $t$, a une durée $\Delta t$; on conçoit que l'observateur puisse pointer l'étoile, soit au temps exact $t$, soit à chacun des instants compris entre $t$ et $t + \Delta t$; il s'introduirait ainsi une équation dont la valeur serait comprise entre o et $+\Delta t$; et pourrait faire jusqu'à un certain point compensation à celle, comprise entre $\Delta t$ et o, que nous attribuons à l'étoile.

Or les déterminations de M. Wolf ne montrent pas de changement avec le mode de perception de la seconde.

D'un autre côté, l'erreur due à la persistance de l'impression, dans les limites où nous l'admettons, est-elle nécessaire? Il semble qu'un observateur prévenu pourra toujours, parmi « tous les points d'un espace équivalent à la durée de l'impression et vus simultanément », choisir, par un effort d'attention et de volonté, celui qui correspond exactement au battement du compteur. Cette équation serait donc de celles que l'éducation peut faire disparaître.

Ainsi, la persistance rétinienne de l'impression lumineuse ne suffit pas à expliquer cette partie de l'équation personnelle qui est distincte de l'équation rythmique : il faut en chercher ailleurs l'origine.

**66.** A l'audition d'un battement isolé, je vois toujours l'étoile en arrière de sa position vraie.

D'autre part, lorsque je compare entre elles deux sensations à peu près instantanées, l'une auditive, l'autre visuelle, il faut que celle-ci précède celle-là pour que je les juge simultanées (exp. VIII-3°, p. 139)[1].

L'impression lumineuse arrive donc toujours en retard au centre cérébral où se superposent les deux perceptions. Rien ne s'oppose à la conception suivante : une excitation produite

[1] Je ne parle pas de la première partie de l'expérience VIII, dont les résultats sont compliqués par l'influence du rythme.

sur le tympan O est perçue dans le cerveau en un centre A; une excitation sur la rétine Œ est perçue au centre V; pour la comparaison, chacune des perceptions auditive A et visuelle V doit être transmise au moins à un centre commun C. Il est à croire que les temps de perception, de O à A, d'une part, de Œ à V d'autre part, sont sensiblement les mêmes. Si on supposait, par exemple, un retard dans la perception visuelle, il faudrait admettre que ce retard varie comme mon équation, suivant que j'observe une étoile ou une tache sombre. Dans ce cas, ces deux objets devraient, lorqu'on les met en mouvement, paraître se déplacer l'un par rapport à l'autre : or, on a vu qu'il n'en est rien (exp. III, dernier alinéa, p. 133).

Il est donc probable que les trajets AC d'un côté, OC de l'autre, exigent des temps différents.

Cette conception n'explique rien des manifestations de la volonté, de l'attention, etc. Toutefois, je dois insister sur ce point que mes expériences n'indiquent aucun temps perdu lorsque j'ai à comparer deux perceptions de même nature (exp. V, p. 134); les parcours étant égaux, j'en conclus que l'attention va sans retard de l'une à l'autre; mais il est possible que ce retard existe chez quelques observateurs.

Ainsi, *il faut reconnaître que l'équation personnelle débarrassée de l'erreur de rythme a principalement pour cause un défaut de coordination entre deux perceptions de nature différente. Cette erreur peut se décomposer en une erreur physiologique nécessaire, et une autre erreur dépendant plus particulièrement de l'attention et susceptible de réduction par l'exercice.*

Cette cause est physiologique et psychique. Je désignerai l'erreur correspondante sous le nom d'*équation psycho-physiologique.*

Entre quelles limites peut varier cette équation psycho-physiologique? On connaît la mienne; j'ai cité les déterminations de mes collègues EM. et LC. (exp. IV, p. 133); trois autres personnes ont bien voulu se prêter à la même expérience. Les valeurs trouvées, en observant une étoile de

5-6e grandeur, ont été négatives ou nulles : trois entre $0^s,00$ et $-0^s,03$, deux vers $-0^s,07$, une à $-0^s,15$. Cela signifie qu'à l'instant où on perçoit un battement isolé, l'étoile est vue entre sa position vraie et une position située en arrière, eu égard au sens de son déplacement.

Il est possible qu'une mollesse habituelle de l'attention puisse quelquefois donner lieu à une équation positive de quelques centièmes, l'observateur perdant un certain temps à fixer la position de l'étoile après avoir entendu le battement. Des conclusions certaines quant aux limites entre lesquelles peut varier cette erreur ne seront possibles que lorsqu'on possèdera les données relatives à un grand nombre d'observateurs.

Mais je crois qu'on peut considérer mon cas comme exceptionnel, et limiter provisoirement entre $-0^s,15$ et $+0^s,05$ la valeur de l'équation psycho-physiologique : lorsque M. Faye dit que « le temps perdu à aller d'une sensation à l'autre peut s'élever à plus d'une seconde », il indique donc un intervalle beaucoup trop grand.

**67.** Nous pouvons maintenant revenir à l'équation de M. Wolf. Elle a les valeurs suivantes dans les trois modes de perception de la seconde :

| | |
|---|---|
| Seconde entendue. . . . . | $+0^s,11$ |
| Seconde sentie. . . . . | $+0^s,11$ |
| Seconde vue. . . . . | $+0^s,10$ |

(L'erreur probable des deux dernières valeurs atteint certainement $\pm 0,02$).

Nous avons établi précédemment (p. 148), que l'équation due à la persistance de l'impression lumineuse doit être limitée entre 0 et $-0^s,05$. Ce n'est donc pas de ce côté qu'il faut chercher l'explication d'une équation de $+0^s,11$.

Celle-ci est-elle simplement psycho-physiologique?

Elle devrait alors s'annuler à peu près dans le cas où la

seconde est perçue par la vue : or, elle ne varie pas sensiblement, tandis que la mienne est tombée de $-0^s,15$ à 0.

Il faut donc admettre que l'équation de M. Wolf est surtout une équation rythmique. L'observateur n'en a pas eu conscience : « Il m'est tout à fait impossible, dit M. Wolf[1], d'observer autrement que je ne le fais, et l'attention la plus sévère ne me permet pas de saisir le moindre temps mort entre le moment où j'entends la seconde et celui où je pointe la position de l'étoile. » Mais on a vu que je me trouve moi-même dans ce cas : mon équation rythmique m'échappe complètement par suite d'une habitude invétérée.

Si l'on suppose l'équation rythmiqne de M. Wolf de même ordre dans les trois procédés d'observation, l'analogie se continuera avec moi, qui trouve dans les mêmes conditions des valeurs comparables entre elles, $-0,15$ pour l'ouïe et le toucher, $-0,21$ pour la vue : car on peut bien admettre que l'équation rythmique n'est pas nécessairement identique dans tous les cas.

Faisant abstraction de l'équation physiologique due à la persistance des impressions, on peut, par exemple, décomposer comme suit l'équation de M. Wolf :

| | | |
|---|---|---|
| Équation psycho-physiologique. . . | | $-0^s,02 \mp 0^s,02$ |
| Équation rythmique | seconde entendue | $+0^s,13 \pm 0^s,02$ |
| | seconde vue. . | $+0^s,10 \pm 0^s,02$ |

Ainsi, aucun des faits rapportés par M. Wolf ne vient à l'encontre des considérations par lesquelles j'ai essayé d'expliquer l'équation personnelle.

**68.** Nous avons trouvé que l'équation totale varie avec la forme et l'éclat de l'astre, et nous avons établi (p. 133) que ces variations doivent être rapportées à l'équation psycho-physiologique. Sans chercher à analyser plus intimement cette équation, bornons-nous à constater que, comparative-

[1] *L. c.*, p. 188.

ment aux passages des étoiles de 6e grandeur, ceux des astres à plus grande surface : étoile de 1re grandeur, tache solaire, pic lunaire, etc., donnent lieu à une variation $\Delta e$ toujours positive : le retard psycho-physiologique paraît moindre.

Au point de vue pratique, il est de la plus haute importance de rechercher si ces changements reconnaissent une cause générale, telle qu'ils soient de même sens pour tous les observateurs. Or on a vu, dans un chapitre précédent (§ 34), que soit à Washburn Observatory, soit à Leyde, comme à Lyon, les variations d'équation personnelle avec la grandeur des étoiles sont partout de même sens et ont sensiblement même valeur. D'autre part, l'expérience IV a établi que l'équation de mes collègues EM. et LC. varie dans le même sens que la mienne dans trois cas distincts. Dès maintenant je crois donc pouvoir conclure que :

*Les variations de l'équation personnelle dues à la grandeur apparente et à l'éclat des astres admettent une cause physiologique générale. Elles sont, en grande partie, indépendante de la valeur absolue de l'équation personnelle.*

La combinaison des catalogues ne saurait par conséquent faire disparaître certaines erreurs systématiques; dès lors, l'usage d'un appareil à équation absolue est indispensable pour les déterminer.

Une erreur telle que celle que nous étudions dépend évidemment dans une certaine mesure de l'état physiologique de l'observateur, et se trouve, par suite, soumise à de nombreuses causes de variations. C'est à cette portion de l'équation personnelle qu'il faut rapporter les changements que l'on constate dans celle-ci, d'une journée ou d'une période à une autre : nous avons vu (§ 28), l'importance de ces changements.

Nous avons trouvé par la méthode Œ-O une valeur de $\pm$ 0s,030 pour erreur de l'unité de poids. Dans ce nombre, l'erreur accidentelle d'observation figure à peu près

pour $\pm 0,015$ : il reste donc pour l'écart physiologique moyen

$$\varepsilon_2 = \pm \sqrt{0,030^2 - 0,015^2} = \pm 0^s,026.$$

Il ne serait pas sans intérêt de rechercher comment se modifie l'équation personnelle sous l'influence de certaines causes dépressives ou excitantes : c'est une étude que j'entreprendrai probablement quelque jour avec le concours d'un physiologiste.

J'ai indiqué précédemment (§ 47) les causes probables de l'équation décimale. Je n'ai rien à ajouter à ce que j'en ai dit.

**69.** Tout ce que nous avons dit jusqu'ici touchant l'origine des équations personnelles concerne plus particulièrement la méthode de l'œil et de l'oreille. Il est facile de passer à la méthode électrique.

Dans celle-ci, l'observateur doit presser une touche à l'instant où il juge l'étoile bissectée par le fil.

En premier lieu se présente l'*erreur de bissection :* il est bien établi, par exemple, que certains observateurs, pointant un objet fixe comparable à une étoile, placent systématiquement l'axe du fil dans une position excentrique relativement au diamètre apparent de l'image observée. Il est vraisemblable que cette erreur peut acquérir une valeur plus forte lorsque le point lumineux est en mouvement. L'épaisseur angulaire du fil, assez forte pour les petits instruments, influe aussi sur l'estime de la bissection. Enfin, l'observateur peut prendre l'habitude d'agir sur la touche à l'instant où le centre de l'étoile arrive soit sur le premier bord, soit sur le deuxième bord du fil.

On peut admettre que cette erreur n'a pas un caractère systématique quant à l'ensemble des observateurs.

L'erreur de bissection mise à part, nous avons à considérer les cas suivants :

1° Ou bien l'observateur cherche à faire coïncider le passage de l'étoile sous le fil avec le bruit du top électrique : dans ce cas il y a comparaison de deux perceptions de nature différente, vue et ouïe; l'explication donnée plus haut pour l'erreur psycho-physiologique est applicable ici.

2° Ou bien l'observateur, sans se préoccuper du bruit de la touche, est déterminé à la presser par la perception du passage. Dans ce cas, il y a nécessairement retard dans la transmission de l'impression à travers les nerfs et les divers centres cérébraux intéressés: attention, volonté, centre moteur, etc. A la longue, cet acte finit par s'accomplir comme un phénomène réflexe, sans intervention consciente de l'attention ou de la volonté. Mais, quoi qu'il en soit, le processus considéré demande un certain temps, que les physiologistes ont essayé de déterminer à différentes reprises.

Voici la moyenne des résultats obtenus par dix expérimentateurs[1]; il s'agit du temps que l'on met à répondre par une pression sur une touche à des excitations instantanées:

| | |
|---|---|
| Son . . . . . | 0,149 |
| Excitation tactile . . . | 0,146 |
| Lumière . . . . . | 0,196 |

Ces nombres ne s'appliquent pas entièrement aux observations astronomiques, où l'impression déterminante, au lieu d'être soudaine comme dans les expériences citées, est prévue, et où l'attention est sollicitée par avance.

Mais ils montrent bien que l'impression lumineuse se transmet, en général, moins vite qu'une impression tactile ou auditive: au cours de ces recherches, cette particularité a été souvent mise en évidence en ce qui me concerne.

En tout cas, l'erreur psycho-physiologique dans les observations de passage par enregistrement donnera lieu à

[1] Beaunis, *Nouveaux éléments de physiologie humaine*, 3e édition, II, 805, 1888.

un *retard*. L'erreur de bissection devant être considérée comme de sens quelconque, il en résulte que la limite négative des équations personnelles doit surpasser en valeur absolue la limite positive. On va juger qu'il en est ainsi.

**70.** Je réunis ici, pour chaque méthode, quelques valeurs de l'équation personnelle à la vitesse équatoriale.

MÉTHODE ÉLECTRIQUE.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Washington[1] | F. P. | — 0,19 | 1875 |
| | B. | — 0,02 | — |
| | H. | + 0,09 | — |
| | E. | — 0,14 | — |
| | F. | + 0,01 | — |
| | S. | + 0,09 | — |
| | P. | + 0,03 | — |
| Leyde[2] | M. N. | + 0,04 | 1884 |
| | H. B. | + 0,04 | — |
| | B[3]. | — 0,27 | — |
| | E. B. | — 0,18 | 1887 |
| | J. W. | + 0,14 | — |
| | J. C. | — 0,24 | — |
| | W. W. | — 0,12 | — |
| | J. O. | — 0.09 | — |
| | G. | — 0,05 | — |
| Greenwich[4] | H. T. | + 0,07 | 1887 |
| | A. D. | — 0,06 | — |
| | T. | + 0,08 | — |
| | L. | 0,00 | — |
| | H. | — 0,26 | — |

[1] I. — E. S. Holden, *The personal Equation (Practical papers* n° V, Washington, 1876). — II. *Washington Observations* 1875, p. xxiv.

[2] H. G. v. de Sande Bakhuyzen, *Beschreibung eines Apparats zur Best. des Absoluten Persönlichen Fehlers.*

[3] *Longitude Leyde-Paris*, p. 141, par comparaison à HB.

[4] Turner, *Results... (Monthly Notices*, v. XLVIII, p. 13).

| | | | |
|---|---|---|---|
| Greenwich[1]. | R. W. | 0,00 | 1887 |
| | E. P. | + 0,07 | — |
| | C. | — 0,20 | — |
| | J. P. | — 0,23 | — |
| | R. | 0,00 | — |
| | A. P. | — 0,04 | — |
| | F. | + 0,05 | — |
| | S. D. | + 0,04 | — |
| | B. | — 0,01 | — |
| Lyon. . . . | F. G. | — 0,13 | 1891 |
| Moyenne générale des 31 valeurs. | | — 0,05 | |

Ce Tableau montre bien que les fortes équations sont toutes négatives, ainsi que je l'ai annoncé. Les valeurs extrêmes sont — 0s,27 et + 0s,14 : différence 0s,41.

Dans les déterminations télégraphiques de longitudes faites en 1888 autour de Berlin, on rencontre la différence suivante entre deux observateurs[2] :

$$\Delta e\,(G - A) = -0^s,37$$

nombre à rapprocher de l'écart extrême trouvé ci-dessus.

C'est donc vers 0s,4 qu'il faut fixer la limite des écarts entre les temps de passages obtenus électriquement par deux observateurs.

MÉTHODE DE L'ŒIL ET DE L'OREILLE

| | | | |
|---|---|---|---|
| M. Wolf. | au début | + 0,30 | 1864 |
| | après éducation | + 0,11 | — |
| Greenwich[3]. | H. T. | + 0,10 | 1887 |
| | A. D. | + 0,01 | — |
| | T. | + 0,09 | — |
| | L. | + 0,10 | — |
| | H. | + 0,30 | — |

[1] Ces valeurs sont tirées de *Greenwich Observations* 1887, p. CXXIII, par comparaison à A. D.

[2] *Astronomisch-Geodätische Arbeiten, I. Ordnung*, 1890, p. 14.

[3] Valeurs absolues déduites des différences d'équations avec le « Standard » observateur A.D, par comparaison à la valeur absolue de l'équation, méthode E, de cet observateur (*Greenwich Observations* 1887).

| | | | |
|---|---|---|---|
| Lyon[1] | F. G. | — 0s30 | 1891 |
| | E. M. | — 0,06 | — |
| | L. C. | — 0,10 | — |
| | M. L. | — 0,02 | — |
| | P. L. | + 0,12 | — |
| Différences des extrêmes | | 0,60 | |

Les fortes valeurs négatives, comme la mienne, ne se présentent sans doute que rarement. Cependant il est probable que deux des observateurs cités ci-après étaient dans le même cas que moi.

Voici en effet les différences d'équation déterminées en 1853 à l'observatoire de Paris[2] : elles sont toutes rapportées à V. Mauvais.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Laugier | — | V. Mauvais | — 0s,31 |
| Goujon | — | id. | — 0,68 |
| Y. Villarceau | — | id. | — 0,20 |
| Butillon | — | id. | — 0,22 |
| C. Mathieu | — | id. | — 0,59 |
| E. Liouville | — | id. | — 0,12 |

Il est à croire que l'observateur principal avait une forte équation positive, tandis que celle de Goujon et C. Mathieu avait une forte valeur négative.

Je ne parle pas de la différence d'équation entre Bessel et Argelander, qui atteignait 1s,2. J'accepte la conclusion d'Encke et de M. Wolf que ce grand écart doit être attribué à une manière erronée de compter la seconde : un fait semblable a été constaté à l'observatoire de Paris. Mais il faut citer les différences suivantes :

| | | | |
|---|---|---|---|
| Kinnebrook | — Maskelyne | = + 0s,8 | 1796 |
| Nicolaï | — Gerling | = + 0s,78 | 1837 * |

[1] Les trois premières valeurs sont contenues dans ce mémoire ; les deux autres sont inédites.

[2] *Ann. de l'Observatoire*, II, p. XLI.

* *Astr. Nach.*, n° 351, 1838.

On peut donc admettre le chiffre de $0^s,8$ comme écart extrême d'équations personnelles bien constatées dans l'emploi de la méthode de l'œil et de l'oreille.

**71.** Il reste à rechercher comment peut varier l'équation personnelle dans le cours des années. Il n'existe pas, jusqu'ici, de séries de valeurs absolues qui puissent nous renseigner à ce sujet; par contre, on possède de longues suites de comparaisons d'un observateur à un autre, qui peuvent fournir des indications suffisantes sur les changements que nous avons en vue.

Je vais citer quelques-unes des séries les plus importantes de ces différences de corrections personnelles.

MÉTHODE DE L'ŒIL ET DE L'OREILLE.

| | ANNÉE | M-R | M-H | | ANNÉE | T-B | T-D |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | s | s | | | s | s |
| GREENWICH | 1841 | +0,08 | —0,09 | CORDOBA | 1873 | +0,01 | » |
| | 1844 | +0,18 | —0,05 | | 1875 | —0,02 | » |
| | 1847 | +0,35 | —0,03 | | 1876 | —0,16 | » |
| | 1850 | +0,45 | —0,11 | | 1878 | —0,20 | —0,34 |
| | 1853 | +0,70 | +0,03 | | 1880 | —0,19 | —0,36 |

Ainsi, à Greenwich, tandis que M. et H. restaient sensiblement d'accord durant une dizaine d'années, R. a vu, pendant la même période, son équation varier d'une façon continue. A Cordoba, la différence T-B éprouve un changement brusque de 1875 à 1876.

Voici des valeurs plus récentes :

| | ANNÉE | AD-HT | AD-T | AD-H | AD-L |
|---|---|---|---|---|---|
| | | s | s | s | s |
| GREENWICH | 1885 | —0,05 | —0,11 | —0,29 | » |
| | 1886 | —0,12 | —0,07 | —0,28 | —0,06 |
| | 1887 | —0,09 | —0,08 | —0,29 | —0,09 |
| | 1888 | +0,04 | —0,01 | —0,12 | —0,02 |

Durant les trois premières années de cette période, les différences sont à peu près constantes; mais en 1888, il y a un changement notable, que l'on peut en grande partie

attribuer à A D. : les recherches à l'appareil à équation ne sont peut-être pas étrangères à ce changement.

Au cours de l'année 1882, ma différence d'équation personnelle avec mon collègue E. M. passa progressivement de — 0s,06 à — 0s,12 ; en 1891, elle était de — 0s,24.

MÉTHODE ÉLECTRIQUE.

| | ANNÉE | D-C | D-S | D-E | ANNÉE | AD-C | AD-T |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | s | s | s | | s | s |
| GREENWICH | 1861 | — 0,15 | + 0,13 | + 0,13 | 1875 | — 0,05 | — 0,17 |
| | 1864 | — 0,12 | + 0,13 | + 0,17 | 1878 | + 0,07 | — 0,17 |
| | 1867 | — 0,13 | + 0,02 | + 0,15 | 1881 | + 0,08 | — 0,14 |
| | 1869 | — 0,11 | + 0,03 | + 0,20 | 1884 | + 0,11 | — 0,15 |
| | 1870 | — 0,11 | + 0,17 | + 0,16 | 1887 | + 0,14 | — 0,12 |

Ces différences sont pour la plupart bien constantes, dans les limites de leurs erreurs probables. Il semble cependant que l'équation personnelle de S. ait varié, à un intervalle de trois ou quatre ans, deux fois en sens contraire ; celle de C. a aussi subi une variation sensible de 1875 à 1878.

Comme exemple remarquable de la constance de l'équation personnelle dans la méthode **E**, je veux encore citer les différences suivantes, provenant des opérations de la Section de Géodésie au *Service Géographique de l'Armée*, et dont je dois la communication à l'extrême obligeance de M. le colonel Bassot.

| ANNÉE | D-B |
|---|---|
| | s |
| 1880 | + 0,15 |
| 1881 | + 0,16 |
| 1884 | + 0,17 |
| 1885 | + 0,15 |
| 1886 | + 0,14 |
| 1888 | + 0,14 |

Les variations permanentes de l'équation personnelle avec le temps sont donc moins à craindre, et en tout cas moins étendues, dans la méthode **E** que dans la méthode **Œ-O**.

**72.** Existe-t-il quelque moyen de faire disparaître toute erreur personnelle dans les observations de passages ?

Nous avons vu (expér. V, p. 134) que lorsque je pointe une étoile entre deux fils, à un signal lumineux isolé et instantané, je ne commets pas d'erreur : il s'agit là de comparer deux impressions semblables, l'opération est facile, ainsi qu'en témoigne le faible écart moyen de chaque observation. Mais on ne peut affirmer que l'attention ne perde aucun temps pour aller d'une perception à l'autre. Donc ce procédé, tout en réduisant à une faible valeur l'équation personnelle, ne l'annule pas sûrement.

J'ai déjà examiné (p. 145) cette expérience de M. Wolf :

Dans l'observation des passages artificiels, l'éclairement continu de la mire est supprimé et l'étoile fait une apparition instantanée à chaque seconde. J'ai montré que dans ces conditions *tout* observateur sachant fractionner correctement l'intervalle parcouru en une seconde doit avoir une équation nulle.

D'après une courte note des Editeurs des *Monthly Notices*[1], on aurait essayé à l'observatoire de Greenwich d'appliquer aux observations de passages le procédé expérimental imaginé par M. Wolf. A cet effet, un obturateur placé près de l'oculaire découvre le champ de vision à chaque seconde, et donne à l'observateur une vue instantanée de l'étoile et du fil, dont il n'a qu'à apprécier la distance relative, comme dans le cas précédent. Un appareil d'enregistrement note l'instant de l'ouverture de l'obturateur. On a constaté que dans ces conditions les larges différences d'équation disparaissent.

Mais la mise en pratique régulière d'une telle méthode rencontre plus d'une difficulté ; elle ne semble pas applicable dans le cas d'étoiles faibles.

C'est ici le lieu de mentionner le principe de la nouvelle méthode que M. Langley[2] propose d'appliquer à l'observa-

[1] Oct. 1889.

[2] *Amer. Journal of Science*, XXXVIII, p. 93, 1889.

tion des phénomènes soudains, comme les occultations d'étoiles par la Lune. Un prisme à double réflexion est placé sur le trajet des rayons lumineux, un peu avant le réticule. Au moyen d'un mécanisme d'horlogerie pourvu d'un enregistreur, ce prisme reçoit un déplacement uniforme autour d'un axe parallèle à l'axe optique de la lunette. L'image réelle de l'astre visé paraît décrire une circonférence dans le plan focal : il suffit alors de rapporter le point d'apparition ou de disparition à un réticule fixe disposé en secteurs. M. Langley insiste beaucoup sur ce point : pour éliminer les erreurs personnelles, il faut réduire la tâche de l'observateur à dire *où* se produit un phénomène, et laisser à un mécanisme extérieur le soin de dire *quand*. L'appareil proposé répond à ce desideratum. De même, dans l'expérience de M. Wolf citée plus haut, ainsi que dans les essais faits à Greenwich, l'observateur n'a plus à se préoccuper que de l'élément *position*, l'élément *temps* étant fourni par un enregistreur.

Il faut remarquer toutefois qu'à l'apparition, il serait nécessaire de tenir compte de la période latente (exp. VII, p. 137) : mais ce temps est de $0^s,01$ à $0^s,02$. Il faut aussi compter avec la difficulté d'avoir l'œil fixé au point voulu : on sait en effet que, pour cette raison, l'apparition échappe assez souvent à l'observateur.

On conçoit qu'en s'aidant d'un obturateur, on puisse appliquer aux observations de passages le procédé de M. Langley.

Je dois dire aussi quelques mots du dispositif très simple au moyen duquel M. Repsold, l'habile constructeur, espère éviter l'équation personnelle dans les observations de passages [1]. La vis du micromètre porte un tambour garni de saillies, dont la rencontre avec un levier fixe détermine des signaux sur un chronographe. Munie de boutons filetés à ses deux extrémités, elle peut être maniée alternativement avec

[1] *Astr. Nachrichten*, n° 2940, 1889.

chaque main et recevoir ainsi un mouvement continu ; l'oculaire est entraîné avec elle. L'observateur est uniquement chargé de maintenir le fil en coïncidence avec l'image de l'étoile ; c'est affaire d'habitude pour arriver à une précision satisfaisante.

L'observation est donc ramenée à ne dépendre que de la vue, et il n'est pas douteux qu'un tel procédé réduise à de faibles valeurs l'équation personnelle : ce fait est d'ailleurs établi dans une communication de M. Albrecht à l'*Association géodésique internationale*[1], ainsi que dans une note de M. Becker[2] relatant les premières déterminations faites par ce procédé à l'observatoire de Strasbourg.

Mais il reste l'erreur de bissection, variable d'un observateur à l'autre : les observations de Strasbourg donnent encore des différences de $0^s,05$ à $0^s,06$. Il est possible que les oscillations du fil par rapport au centre de l'étoile aient lieu plus souvent par retard que par avance, et qu'ainsi les observations exigent une correction personnelle négative d'un caractère général.

Il faudrait étudier aussi les variations avec la vitesse, la forme de l'astre, etc., il semble que les erreurs à craindre de ce côté soient précisément de l'ordre de celles que l'on pourchasse actuellement dans les catalogues.

Tout en reconnaissant les avantages du nouveau procédé dans certains cas, les observations de zones par exemple, je ne pense pas que pour les déterminations de haute précision, il puisse dispenser de la recherche des équations, soit relatives, soit absolues.

Depuis longtemps M. Faye insiste pour l'observation photographique des passages du Soleil. Ce procédé serait ici de nature à éliminer, outre les erreurs personnelles, les

[1] *C. R. des séances de la comm. permanente réunie à Fribourg-en-B.*, du 15 au 21 septembre 1890, p. 71, 1891.

[2] *Astr. Nachr.*, n° 3036, 1891.

erreurs causées par l'échauffement des diverses parties de lunette; mais il serait nécessaire de l'appliquer en même temps au moins aux étoiles principales, même durant le jour : nul doute que les efforts tentés dans ce sens puissent réussir. Toutefois il paraît difficile de généraliser l'emploi de la méthode photographique et de l'utiliser pour l'observation des astres faibles.

**73.** En résumé:

L'équation personnelle admet pour causes,

I. Dans la méthode de l'œil et de l'oreille:

1° Le rythme des battements du compteur de temps *(équation rythmique)*;

2° La persistance de l'impression lumineuse sur la rétine *(équation physiologique*, M. Wolf);

3° Le défaut de coordination entre deux perceptions différentes *(équation psycho-physiologique)*;

4° La tendance à fractionner un intervalle d'une façon systématiquement erronée *(équation décimale)*.

II. Dans la méthode électrique :

1° Le défaut de coïncidence apparente entre l'axe du fil et le centre de l'étoile à l'instant où l'observateur se détermine à presser la touche *(équation de bissection)*;

2° La persistance de l'impression lumineuse *(équation physiologique)*;

3° Le temps que met une impression reçue par l'œil à déterminer le jeu des muscles de la main; ou bien, comme dans la méthode précédente, la difficulté de superposer une perception visuelle à une perception auditive *(équation psycho-physiologique)*.

De toutes les parties constituantes de l'équation personnelle, celle qui a son origine dans la durée des transmissions nerveuses et cérébrales nous paraît seule nécessaire. Les

autres peuvent être éliminées par l'éducation, facilement pour un débutant, plus difficilement pour un observateur longuement exercé.

En s'aidant des données contenues dans ce Mémoire, on va essayer d'indiquer la limite des valeurs que peut prendre chacune de ces équations partielles :

| | | |
|---|---|---|
| Œ-O | E. rythmique. . . . . | — 0,15 à + 0,30 |
| | E. physiologique (persistance). | — 0,05 à + 0,00 |
| | E. psycho-physiologique. . . | — 0,15 à + 0,05 |
| | E. décimale, constante. . . . | — 0,05 à + 0,05 |
| | Limites de l'équation totale. . | — 0,40 à + 0,40 |
| | Écarts des extrêmes. . . . | 0s,80 |

Ces valeurs ne s'appliquent pas aux observations exécutées au fil mobile.

| | | |
|---|---|---|
| E | E. de bissection. . . . . | — 0,10 à + 0,10 |
| | E. physiologique (persistance). | — 0,05 à + 0,00 |
| | E. psycho-physiologique. . . | — 0,20 à + 0,05 |
| | Limites de l'équation totale. . | — 0,35 à + 0,15 |
| | Écart des extrêmes. . . . . | 0s,50 |

Il ne faut voir dans les indications qu'on vient de lire qu'un premier essai, qui pourra être rectifié lorsqu'un certain nombre d'astronomes auront fait l'analyse de leur équation par des procédés analogues à ceux qui m'ont servi.

On doit penser que les grands changements d'équation parfois constatés dans la méthode **Œ-O** proviennent d'une modification de l'équation rythmique, car nous avons vu que les variations permanentes sont plus rares et moins étendues dans la méthode **E**.

Si nous rappelons que ce dernier procédé possède, au point de vue de l'erreur accidentelle, une indéniable supériorité sur l'autre méthode, nous devons conclure que son emploi

doit être généralement recommandé, bien qu'il exige un matériel plus complet et un surcroît de travail pour le relevé chronographique.

Toutefois il est bien établi que la méthode **E** comporte, au moins au même degré que le procédé de Bradley, des causes d'erreurs constantes en relation avec la vitesse, la forme, l'éclat des astres. Donc, en ce qui concerne les résultats d'ensemble, les catalogues de fondamentales par exemple, l'usage de la méthode **Œ-O** ne constitue nullement une cause d'infériorité.

Il n'existe pas jusqu'à présent de moyen sûr et pratique d'annuler les erreurs personnelles; le mieux est de les déterminer avec un appareil spécial.

J'ai mis tous mes efforts à rendre complète l'étude que j'avais entreprise, et j'ai pu formuler des conclusions qui me paraissent importantes, tant au point de vue pratique qu'au point de vue théorique. Je ne me dissimule pas que certains points attendent encore des éclaircissements. Ces éclaircissements viendront naturellement lorsque l'étude des équations personnelles se sera généralisée. Et je m'estimerai heureux si j'ai pu contribuer à hâter le moment où elle sera considérée dans tous les observatoires comme le complément indispensable des observations méridiennes.

FIN

Lyon. — Imp. Pitrat Aîné, A. Rey Successeur, 4, rue Gentil. — 3137

# ANNALES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

TOME I. — **La doctrine de Malherbe d'après son commentaire sur Desportes**, par Ferdinand BRUNOT, docteur ès lettres, ancien élève de l'Ecole normale supérieure, chargé d'un Cours complémentaire à la Faculté des Lettres, lauréat de l'Académie française. 1 vol. grand in-8 avec 5 planches hors texte. . . 10 fr.

TOME II, FASCICULE 1. — **Recherches anatomiques et expérimentales sur la métamorphose des Amphibiens anoures,** par E. BATAILLON, préparateur de Zoologie à la Faculté des Sciences. 1 vol. in-8 avec 6 planches hors texte. . . . . 4 fr.

TOME II, FASCICULE 2. — **Anatomie et Physiologie comparées de la Pholade dactyle.** Structure, locomotion, tact, olfaction, gustation, action dermatoptique, photogénie, avec une théorie générale des sensations, par le Dr Raphaël DUBOIS, professeur de Physiologie générale et comparée à la Faculté, avec 68 figures dans le texte et 15 planches hors texte. . . . . 18 fr.

TOME II, FASCICULE 3. — **Recherches sur les valeurs morphologiques des appendices superstanimaux de la fleur des Aristoloches,** par Mlle A. MAYOUX, élève à l'Ecole de médecine.

TOME III, FASCICULE 1. — **Sur la théorie des équations différentielles du premier ordre et du premier degré**, par Léon AUTONNE, Ingénieur des Ponts et Chaussées, Docteur ès Sciences mathématiques, chargé de Conférences à la Faculté des Sciences. 1 vol. in-8 . . . . . 9 fr.

TOME III, FASCICULE 2. — **Recherches sur l'équation personnelle dans les observations astronomiques de passages,** par F. GONNESSIAT, Aide-Astronome à l'Observatoire, chargé d'un Cours complémentaire d'Astronomie à la Faculté des Sciences. 5 fr.

TOME IV. — **Lettres intimes du cardinal Albéroni au comte J. Rocca,** ministre du duc de Parme (1703-1742), publiées pour la première fois d'après le manuscrit de Plaisance, par Emile BOURGEOIS, professeur à la Faculté des Lettres.

TOME V. — **Le Fondateur de Lyon, Histoire de L. Munatius Plancus,** par M. JULLIEN, professeur adjoint à la Faculté des Lettres.

*Février 1892.*

Paris. — Typographie Gaston Nâs, 1, rue Cassette. — 6058.

CABOT SCIENCE LIBRARY

CANCELLED
JUL 0 9 1997
CANCELLED
JUN 1 0 2002
FEB 0 6 1997

CABOT
JUN 2 0 2002
BOOK DUE

CABOT
JUL 3 0 2002
BOOK DUE

CANCELLED
OCT 1 5 2002

CABOT
NOV 1 2 2002
BOOK DUE

WIDENER
NOV 1 2 2002
CANCELLED

3 2044 044 460 558

3 2044 044 460 558